

ANALISIS COMPARATIVO DE LOS NIVELES DE ESFUERZO EN PANELES REFORZADOS UTILIZANDO MEF Y MODELOS SIMPLES

Diego Felipe Sarzosa Burgos

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Escuela Superior Politécnica del Litoral

diego.burgos@poli.usp.br

RESUMEN

En este trabajo se realiza una comparación de los niveles de esfuerzo sobre paneles reforzados sometidos a carga lateral, utilizando el método de elementos finitos, teoría simple de vigas y teoría de la plancha ortotrópica. Se describe cada metodología utilizada y se mencionan las variables que deben ser conocidas para la implementación de cada una. Son usados dos paneles reforzados con configuraciones diferentes para validar cada metodología. Finalmente se muestra las diferencias obtenidas entre cada metodología en la estimación de los niveles de esfuerzo y se indica las situaciones en que debería ser aplicado cada método.

ABSTRACT

In this paper is made a comparison of the stress levels on stiffened panels due to lateral load, using finite element method, simple beam theory and orthotropic plate method. It is explained each used methodology and mentioned the variables that have to be known for each method. It is used two different stiffened panels to validate each one. Finally, it is shown the differences between each methodology and indicated in what ideal situations should be used each method.

1. Introducción

Para determinar los mínimos escantillones de una estructura de un navío es usual utilizar las formulaciones propuestas por las casas clasificadoras, las mismas que tienen una base semi-empírica. En algunas ocasiones se debe realizar modelos complejos con elementos finitos para ver el comportamiento adecuado de una determinada estructura, el mismo implica inversiones grandes de recursos (tiempo y dinero).

Usualmente para estimar preliminarmente los escantillones de una estructura, es común usar teoría básica de vigas desarrollada en la mecánica de sólidos, ya que muchos casos de la vida real pueden ser muy bien modelados con la misma; para casos más complejos, como son los paneles reforzados, existe la teoría de grillas o la teoría de la plancha ortotrópica, las cuales tienen en consideración todos los elementos (refuerzos en las dos direcciones mas plancha) del panel para estimar los niveles de esfuerzo producto de un determinado cargamento.

2. MÉTODO DE LA TEORÍA DE VIGAS.

Para estimar los niveles de esfuerzo de un modo “rápido” y “aceptable” es usual utilizar teoría de vigas desarrollada en la mecánica de sólidos. En este método es necesario estimar

el cargamento a que está sometida, esto es cargas concentradas y/o cargas distribuidas, y determinar cual es la condición de apoyo que mejor representa el comportamiento de la viga en función de las cargas aplicadas. Considerando el punto de análisis de la viga, calcular el momento flector e inercia, incluyendo el ancho efectivo de la plancha colaborante que sea solidaria a la viga.

Finalmente se calcula el esfuerzo utilizando la expresión:

$$\sigma_{FLEXION} = \frac{M \times y}{I} \quad (1)$$

Donde,

M: Momento flector

y: Distancia desde el eje neutro a la fibra en análisis.

I: Momento de Inercia de la sección

Esta teoría tiene sus limitaciones cuando es utilizada en la estimativa de los esfuerzos secundarios en un panel reforzado. La rigidez torsional del panel, el efecto de Poisson y la unión con los otros elementos es negada.

3. MÉTODO DE LA PLANCHA ORTOTRÓPICA.

En este método el panel reforzando es representado por una Plancha Ortotrópica equivalente cuya rigidez a la flexión y torsión varia en dos direcciones ortogonales. El grado de aproximación depende fuertemente del número de refuerzos en cada dirección y de la uniformidad del mismo. Las relaciones constitutivas para una plancha ortotrópica son (Mansour, 1977):

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{1}{1 - \nu_x \nu_y} \begin{bmatrix} E_x & E_x \nu_y & 0 \\ E_y \nu_x & E_y & 0 \\ 0 & 0 & G(1 - \nu_x \nu_y) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

Donde,

G: Modulo de Elasticidad Cortante.

ν : Razón de Poisson.

γ : Deformación Angular.

E: Modulo de Elasticidad Flexión.

Si el espesor de la plancha ortotrópica rectangular es relativamente pequeño en comparación a las otras dimensiones, ($a, b/t > 40$), el esfuerzo normal y el efecto de deformación por corte pueden ser despreciados, entonces la ecuación diferencial para pequeñas deformaciones es (Sá Freitas, 1980):

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + (D_{xy} + D_{yx}) \frac{\partial^4 w}{\partial^2 x \partial^2 y} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = p(x, y) \quad (3)$$

Donde,

p: Presión lateral aplicado sobre el panel

D_x, D_y, D_{xy}, D_{yx} : Rigidez flexional y torsional en las dos direcciones perpendiculares.

En el caso de una grilla chapeada, la determinación de la rigidez flexional y torsional involucra el cálculo de momentos de inercia efectivos en las dos direcciones, en consecuencia anchos efectivos. Para arreglos típicos de navíos, usualmente es seguro tomar 100% de largura efectiva. Shade (1941) introdujo curvas de diseño basado en planchas ortotrópicas. Él asumió que la deflexión es pequeña en comparación con la espesura de la plancha ($w_{MAX}/t < 0.5$) y utilizó cuatro tipos diferentes de paneles reforzados:

- Tipo A: Fuertemente reforzado en ambas direcciones
- Tipo B: Refuerzos repetitivos en una sola dirección y solo uno en la otra dirección.
- Tipo C: Refuerzos en una sola dirección.
- Tipo D: Plancha sin refuerzos.

Para cada uno de los tipos anteriores se pueden admitir cuatro casos de condiciones de frontera:

- Todos los lados simplemente apoyados.
- Los lados menores empotrados y los mayores simplemente apoyados.
- Los lados mayores empotrados y los menores simplemente apoyados.
- Todos los lados empotrados.

Los parámetros iniciales que deben ser conocidos para utilizar este método son:

- P: Presión lateral sobre el panel.
- a: Largo del panel.
- b: Ancho del panel.
- S_a (S_b): Separación entre refuerzos largos (cortos).
- I_{na} (I_{nb}): Momento de Inercia incluyendo la plancha colaborante del refuerzo repetitivo largo (cortos).
- I_{pa} (I_{pb}): Momento de inercia solamente de la plancha colaborante que trabajan con los refuerzos repetitivos largos (cortos).
- I_a (I_b): Momento de inercia, incluyendo plancha colaborante, del refuerzo central largo (corto).
- A_a (A_b): Área del alma del refuerzo central largo (corto).
- r_a (r_b): Distancia desde la línea neutra al punto más distante de la plancha o ala del refuerzo central largo (corto).

Para cada uno de los tipos de paneles se debe calcular varios parámetros con el fin de utilizar las gráficas y poder estimar los niveles de esfuerzo en el centro del panel, ya sea en la plancha o en el ala del refuerzo y en la frontera del panel. Por ejemplo para un panel “tipo A”, las expresiones para cada parámetro son:

$$i_a = \frac{I_{na}}{S_a} + 2 \frac{(I_a - I_{na})}{b} \quad (4)$$

$$i_b = \frac{I_{nb}}{S_b} + 2 \frac{(I_b - I_{nb})}{a} \quad (5)$$

$$\rho = \frac{a}{b} \sqrt{\frac{i_b}{i_a}} \quad (6)$$

$$\eta = \sqrt{\frac{I_{pa}}{I_{na}} \frac{I_{pb}}{I_{nb}}} \quad (7)$$

Donde,

$i_{a(b)}$: rigidez unitaria del panel en la dirección larga (corta).

ρ : Razón de aspecto virtual.

η : Coeficiente de torsión.

Los valores de i_a e i_b son llamados de “rigidez unitaria” dado que representan el momento de inercia por largo unitario. El coeficiente ρ es denominado “razón de aspecto virtual”, puesto que representa la razón de aspecto del panel alterado por la razón de rigidez unitaria en cada una de las direcciones. Finalmente η es denominado de “coeficiente de torsión” pues representa la relación entre la inercia del material sujeto a corte y la inercia del material sujeto a flexión.

Shade (1941) indica posibles variaciones del método de la plancha ortotrópica para lugares con concentración de rigidez. Galindo (2007) realizó varios experimentos para identificar el grado de exactitud del método de la plancha ortotrópica para posibles concentraciones de rigidez. Realizó modelos con elementos finitos de diversos paneles reforzados, variando la razón de aspecto y la intersección o no de reforzadores en el centro del panel. Con estas simulaciones confirmó que usando paneles con gran cantidad de refuerzos en los dos sentidos, y sin refuerzos interceptándose en el centro del panel se obtiene valores de esfuerzo y deformación por plancha ortotrópica muy próximos a los valores obtenido según el método de elementos finitos. En la siguiente figura se muestra la curva de los valores del coeficiente de flexión obtenidos por la plancha ortotrópica y MEF.

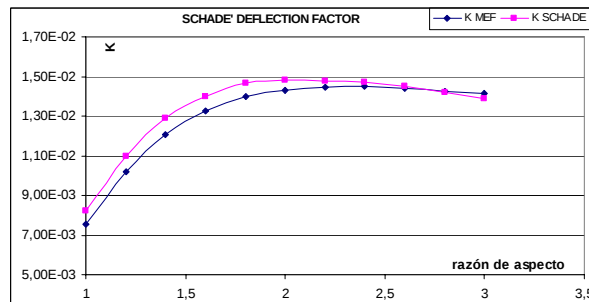


Figura 1 – Coeficiente de deformación

4. MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS (MEF).

Este método es muy utilizado para realizar análisis estructurales complejos con un alto grado de exactitud. El método consiste en dividir una estructura en varias partes llamadas “elementos finitos”, y describir el comportamiento estructural de cada elemento resolviendo el conjunto de ecuaciones de equilibrio que gobierna el sistema.

Cuando surge la necesidad de utilizar el método de elementos finitos la primera pregunta que surge es relacionada a la clasificación del problema en función de la geometría, modelo del material constituyente y tipo de cargas. El modo como el MEF es formulado y

aplicado depende, en parte, de las simplificaciones inherentes a cada tipo de problema. Los tipos de análisis realizados pueden ser estáticos o dinámicos, los mismos que pueden ser lineales o no lineales, donde el diseñador es el encargado de decidir el tipo de análisis para la situación correspondiente.

Los fenómenos físicos que son resueltos con MEF pueden ser modelados con una de las siguientes formulaciones:

$$Kq = F \quad (8)$$

$$C \dot{q} + Kq = F \quad (9)$$

$$M \ddot{q} + C \dot{q} + Kq = F \quad (10)$$

Donde,

K: Matriz rigidez

C: Matriz de amortiguamiento.

M: Matriz masa

q: Vector de desplazamientos modales

F: Vector de Fuerzas Externas

La construcción de un modelo utilizando MEF puede ser dividido en las siguientes partes:

- Creación de la geometría
- Estimación de las cargas a ser aplicadas
- Escoger las condiciones de frontera acorde al tipo de cargamento aplicado

Cada una de ellas debe ser realizada cuidadosamente para obtener resultados confiables. Actualmente existen varias herramientas computacionales (SAP, ANSYS, PATRAN, ALGOR, etc.) que realizan diferentes tipos de análisis estructurales. En el presente artículo es utilizado MSC. Patran como herramienta de cálculo utilizando el método de elementos finitos.

5. APLICACIONES.

Para realizar la comparación entre los diferentes métodos, se utiliza dos paneles de plancha, con refuerzos en las dos direcciones. La carga aplicada es producida por presión hidrostática en ambos paneles con valores de 4 y 2 metros para el panel 1 y 2 respectivamente. El punto de referencia para calcular los esfuerzos será el centro del panel, en la parte inferior de la plancha para ambos casos. Las características geométricas de cada uno de los paneles son:

Panel 1:

- Largo: 10 m (Boca)
- Ancho: 5 m (Separación entre Mamparos)
- Ref. Longitudinal: 400x12+150x12 mm (Quilla)
- Ref. transversal: 200x12+100x12 mm (Varenga)
- Ref. Longitudinal Ligeros: L 75x25x10 mm
- Espesor Plancha: 10 mm
- Calado: 4 m
- Separación Ref. Long: 2.5 m
- Separación Ref. Trans: 1 m
- Separación Ref. Leves: 1 m

Este panel fue asumido que los bordes cortos estaban empotrados y los bordes largos simplemente soportados.

Panel 2¹:

- Largo: 12 m
- Ancho: 7m
- Ref. Longitudinal: T 350 x 9.53+250x12 mm (Largo)
- Ref. Transversal: L 20.32x10.16x1.27 mm (Corto)
- Espesor Plancha: 7 mm
- Calado: 2 m
- Separación Ref. Largo: 3.5 m
- Separación Ref. Corto: 1.2 m

¹Este panel fue tomado de Sá Freitas (1980), donde están disponibles los valores de esfuerzo según el método de plancha ortotrópica. Las condiciones de frontera para este panel son lados cortos empotrados y lados largos simplemente apoyados.

En las siguientes figuras podemos ver el modelo de cada panel.

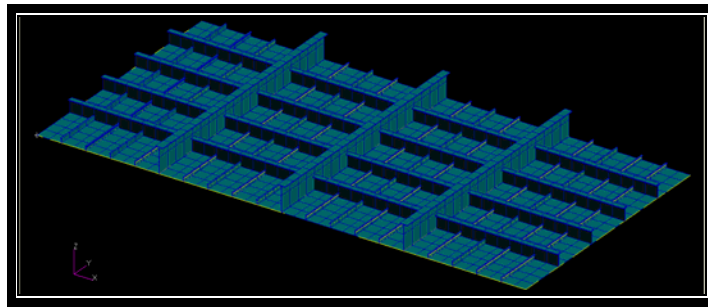


Figura 2 –: Panel 1 utilizado

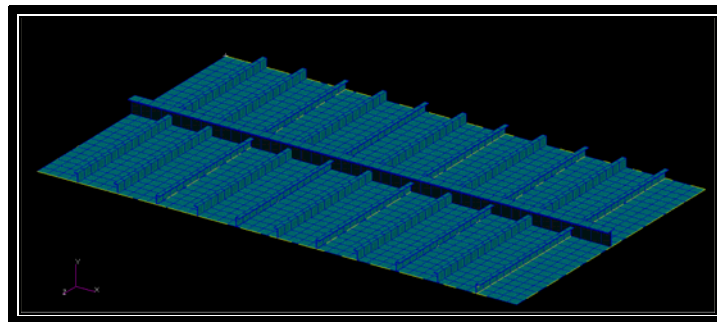


Figura 3 –: Panel 2 utilizado

5.1. Teoría de Vigas.-

La teoría de viga fue aplicada para obtener los valores de esfuerzo en los refuerzos en cada uno de los sentidos de la plancha para cada uno de los paneles. Para el panel 1 se tiene:

- *Dirección corta:* El refuerzo (Quilla) es modelado como empotrado en los extremos y con una carga uniformemente distribuida en su longitud. El ancho efectivo de la plancha colaborante fue estimado en 1.1327 m. El siguiente gráfico muestra el esquema usado para cálculo del modo seccional y esfuerzos.

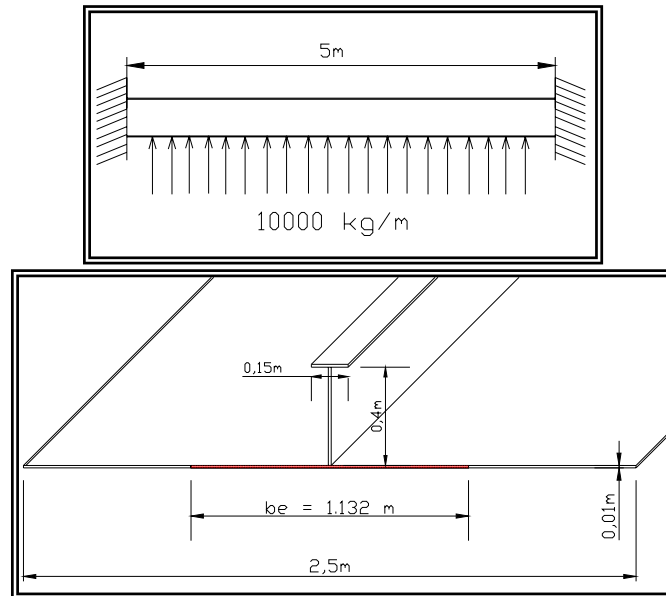


Figura 4 – Modelo esquemático del refuerzo con su carga e plancha efectiva

- *Dirección larga:* En la modelación de este refuerzo (Varenga) se debe hacer una consideración para escoger la luz no soportada de estos elementos. Por la poca rigidez que poseen, en comparación con las quillas, este tipo de refuerzos puede ser simulado como engastados nos refuerzos en el sentido corto (Quillas). Toda la separación entre refuerzos es usada como efectiva. En la figura siguiente se muestra el esquema usado para este elemento.

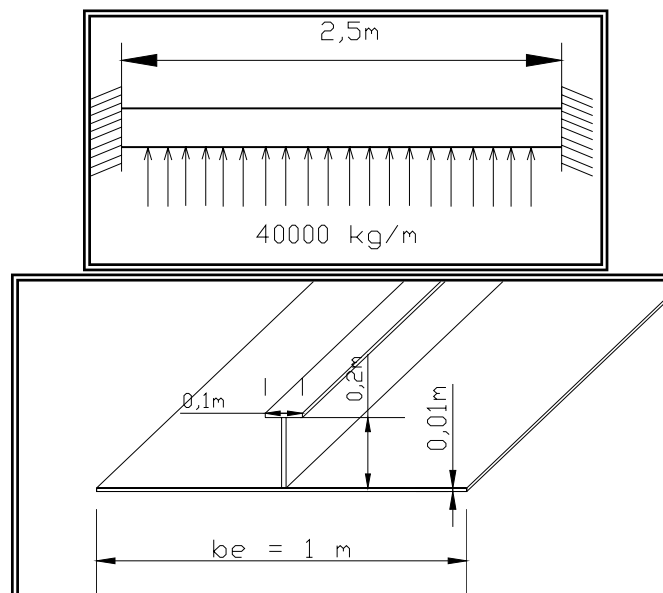


Figura 5 – Modelo esquemático del refuerzo con su carga e plancha efectiva

Para el panel 2 las configuraciones son:

- *Dirección corta:* El refuerzo es modelado como empotrado en la quilla y simplemente soportado en el costado, con carga uniformemente distribuida en su longitud. El ancho efectivo de la plancha colaborante utilizado es 1.2 m (Sá

Freitas, 1980). El siguiente gráfico muestra el esquema usado para este elemento.

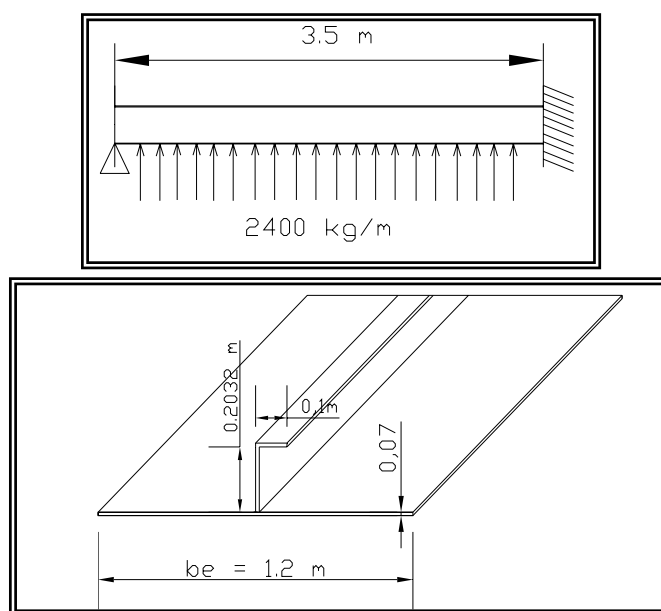


Figura 6 – Modelo esquemático del refuerzo con su carga e plancha efectiva

- *Dirección larga:* El modelo es engastado en los extremos. Toda la separación es usada como efectiva (Sá Freitas, 1980). En la figura siguiente se muestra el esquema usado para este elemento.

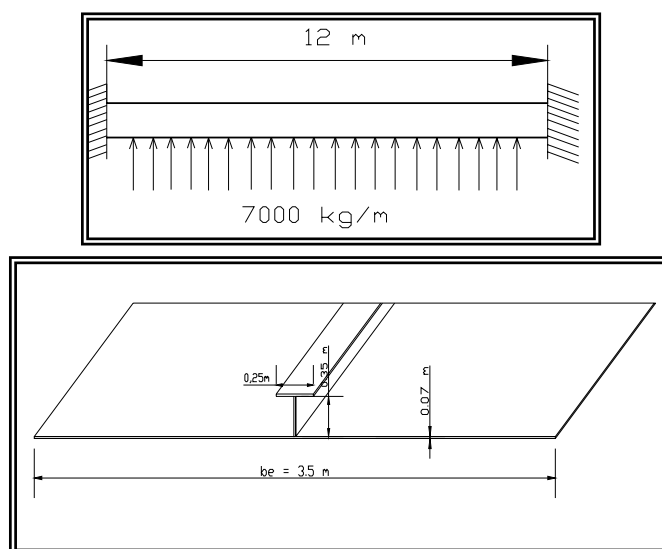


Figura 6 – Modelo esquemático del refuerzo con su carga e plancha efectiva

5.2. Plancha Ortotrópica

Los valores de esfuerzo para los refuerzos en las direcciones corta y larga para cada uno de los paneles fueron calculados utilizando los siguientes datos:

Panel 1:

- o Panel TIPO A
- o Caso 3

- o $a=10$ m
- o $b= 5$ m
- o $p= 4000$ kg/m²
- o $S_a=1$ m
- o $S_b=2.5$ m
- o $I_{na}=I_a=7.129e-5$ m⁴
- o $I_{nb}=I_b= 4.0871e-4$ m⁴
- o

Utilizando los valores anteriores se obtiene las variables de entrada para utilizar los gráficos propuestos por Shade en la estimativa de esfuerzos en cada uno de los refuerzos, que son reproducidos en Sá Freitas (1980):

R. Corto

$$\left. \begin{array}{l} i_A = 7.129 \text{ e} - 5 \text{ m}^3 \\ i_B = 1.63 \text{ e} - 4 \text{ m}^3 \\ \rho = 3.028 \\ \eta = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow k = 0.013$$

R. Largo

$$\left. \begin{array}{l} i_A = 7.129 \text{ e} - 5 \text{ m}^3 \\ i_B = 1.63 \text{ e} - 4 \text{ m}^3 \\ \rho = 3.028 \\ \eta = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow k = 0.0465$$

Panel 2:

- o Panel TIPO B
- o Caso 2
- o $a=12$ m
- o $b= 7$ m
- o $p= 0.2$ kg/cm²
- o $S_a=1$ m
- o $S_b=1.2$ m
- o $I_a=55896$ cm⁴
- o $I_{nb}=I_b= 6510$ cm⁴

En forma similar que el caso anterior se muestra los datos de entrada de los gráficos:

Ref. Corto

$$\left. \begin{array}{l} i_A = 159.56 \text{ cm}^3 \\ i_B = 54.25 \text{ cm}^3 \\ \rho = 1.31 \\ \eta \cong 0 \end{array} \right\} \Rightarrow k = 0.082$$

Ref. Largo

$$\left. \begin{array}{l} i_A = 159.56 \text{ cm}^3 \\ i_B = 54.25 \text{ cm}^3 \\ \rho = 1.31 \\ \eta \cong 0 \end{array} \right\} \Rightarrow k = 0.079$$

5.3. Elementos Finitos

Los dos paneles fueron modelados utilizando el programa MSC Patran 2005. Se utilizó elementos SHELL para modelar la plancha, los que pueden soportar cargas de membrana y de flexión, posee seis grados de libertad en cada nodo, traslación en direcciones x, y, z (UX, UY, UZ) y rotaciones en direcciones x, y, z (θ_x , θ_y , θ_z), el elemento está definido por cuatro nodos, cuatro espesores, uno en cada nodo y propiedades ortotrópicas del material. Los refuerzos en las dos direcciones fueron modelados con elementos BEAM, que soporta cargas de tensión uní-axial, con capacidad de compresión y flexión. El elemento tiene tres grados de libertad en cada nodo: traslaciones en las direcciones nodales x e y, y rotaciones en torno al eje z. El elemento debe ser definido por: área transversal, momento de inercia y altura.

Fue realizado un análisis de sensibilidad de los resultados obtenidos con MEF, usando diferentes particiones del dominio. Con poco refinamiento los valores de esfuerzos se ve afectada debido a que no existe buena correlación entre los diferentes elementos, en el caso inverso con un refinamiento grande los elementos resultantes pueden ser fácilmente deformados ocasionado errores numéricos en los cálculos. La partición del dominio para cada una de las planchas fue realizada tendiendo en consideración el criterio anterior, y el valor final aceptado como valido fue cuando los valores de esfuerzo de Von Misses no sufrían variaciones entre un refinamiento y otro.

La carga fue uniformemente distribuida en la plancha y las condiciones de frontera impuestas son las mismas que las condiciones utilizadas en cada panel según el método de la plancha ortotrópica.

6. RESULTADOS

Para realizar un análisis eficaz entre los métodos expuestos aquí, se muestra los valores de la componente de esfuerzo en cada dirección y el criterio de falla de Von Misses (Máxima Energía de Distorsión) que proporciona Patran para ser comparado con los valores obtenidos por Teoría de Viga y Plancha Ortotrópica. Enseguida se muestra los valores de esfuerzos obtenidos por cada método.

Tabla 1.- Esfuerzos obtenidos en el panel 1

ESFUERZOS (MPa)		
Método de Cálculo	QUILLA	VARENGA
Chapa Ortotrópica	28,388	4,906
Teoría de Vigas	25,481	11,906
MSC.Patran 2005	Componente	27,2
	Von Misses	23,95
		26,05

Tabla 2.- Esfuerzos obtenidos en el panel 2

ESFUERZOS (MPa)		
Método de Cálculo	QUILLA	VARENGA
Chapa Ortotrópica	55,898	71,585
Teoría de Vigas	50,835	27,18
MSC.Patran 2005	Componente	16,796
	Von Misses	66,504

Se determina el factor de seguridad de cada metodología en relación a los valores obtenidos por MEF para la componente y el criterio de de falla de Von Misses.

Tabla 3.- Relaciones entre los valores de esfuerzo

FACTOR DE SEGURIDAD (F.S)					
Panel	Elemento	Método			
		Componente (MEF)		Von Misses (MEF)	
		Chapa Ortotrópica	TeoríaVigas	Chapa Ortotrópica	TeoríaVigas
1	QUILLA	1,044	0,937	1,090	0,978
	VARENGA	0,205	0,497	0,188	0,457
2	QUILLA	1,094	0,995	0,841	0,764
	VARENGA	4,262	1,618	1,076	0,409

Se observa en la tabla anterior que en términos generales los métodos simplificados, Teoría de Viga y Plancha Ortotrópica, aproximan razonablemente bien los valores de esfuerzo en una estructura compleja tomando como valor “real” los obtenidos con MEF. Las diferencias más significativas ocurren usando plancha ortotrópica para el panel 1, Varenga/MEF, que puede ser por la presencia de la Quilla en la mitad del chapeamento

Cada metodología tiene sus limitaciones, las mismas que pueden ser resumidas de la siguiente manera:

- El grado de exactitud de la teoría de vigas se convierte crítico en la presencia de carga biaxial y cuando el panel reforzado es relativamente largo en comparación a la rigidez de los refuerzos.
- El método de plancha Ortotrópica acepta solamente presión lateral uniforme en toda la extensión de la plancha y en casos reales pueden existir cargas concentradas así como cargas en el plano de la plancha.
- El método de plancha Ortotrópica utiliza espaciamiento constante para cada una de las direcciones, lo que siempre no es cierto en estructuras de navíos. Además no tiene en cuenta posibles variaciones de espesura y presencia de refuerzos leves en el arreglo del panel.

7. CONSLUSIONES

Las siguientes conclusiones pueden ser obtenidas de los resultados anteriores:

- Las teorías simplificadas expuestas mostraron ser eficientes para estimar los niveles de esfuerzo en cada una de las direcciones en una estructura típica.

- En general el método de teoría de vigas muestra ser menos conservadora cuando es comparada con plancha ortotrópica.
- Antes de la aparición de MEF para comprobar el adecuado comportamiento de una estructura en un navío, eran estas metodologías las más usadas para realizar diseños y proyecciones de estructuras y que en la mayoría de veces trabajaron correctamente.
- Se recomienda la utilización de estas metodologías simples y rápidas (en comparación con un modelo de MEF) para estimativas preliminares de escantillones de estructuras típicas en un navío. Luego en etapas más avanzadas del proceso de diseño si es necesario realizar análisis con mayor nivel de detalles según los requisitos de cada proyecto se recomienda el uso de MEF.

8. AGRADECIMIENTOS

Agradezco a todos mis amigos que me ayudaron de una manera u otra en la realización de este trabajo. En forma especial a Carlos A. Mojica y Juan C. Galindo por su personal colaboración.

9. BIBLIOGRAFIA

- Azevedo, Álvaro, Método de elementos finitos. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Portugal, Abril 2003.
- Galindo Juan Carlos, Análisis de Sensibilidad del Método de la Plancha Ortotrópica. Notas sin publicar, EPUSP, Junio 2007.
- Hughes Owen (1988), Ship Structural Design: A rational-Based, Computer-Aided, Optimization Approach. SNAME Edition.
- Mansour, Alaa E., Gross Panel Strength Under Combined Loading. Project SR-225, Gross Panel Strength Study. Ship Structure Committee. December 1977.
- Medina, richard, Salas, marcos, Luco, richard *et al.* Análisis de Estructuras Navales Mediante el Método de Elementos Finitos. *Sínt. Tecnol.*, mayo 2005, vol. 2, no. 1, pp. 27-36.
- Sá Freitas, Elcio. Analise Estrutural do Navio. Departamento de Engenharia Naval, EPUSP, Janeiro 1980.
- Shade Henry A (1940), The Ortogonally Stiffened Plate Under Uniform Lateral Load. Journal of Applied Mechanics.