INVESTIGAÇÃO ANALÍTICO-NUMÉRICA SOBRE A DINÂMICA DE TUBOS VERTICALMENTE SUBMERSOS SUJEITOS A AÇÃO DO FENÔMENO DE VIBRAÇÃO INDUZIDA PELA VORTICIDADE - V.I.V.

A.L.C.Fujarra & C.P.Pesce

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Brasil - Fax: +55-11-8185717
e_mail: ceppesce@usp.br

R.Francis

Petróleo Brasileiro S.A.

Resumo

Um tubo disposto verticalmente, tensionado e sob a ação de seu próprio peso foi estudado segundo o Modelo de Iwan-Blevins/Lyons-Patel para a predição das Amplitudes Modais advindas da ação do Fenômeno de Vibração Induzida pela Emissão de Vórtices - V.I.V.. Alguns casos, com pré-tensões diferentes e perfis de correnteza constantes ou linearmente variáveis, foram analisados através da implementação de uma rotina em código MatLab. Foram obtidos resultados de RMS de Tensão, os quais puderam ser comparados com aqueles respectivamente obtidos quando no processamento do código "Shear7"^(*). Este trabalho possibilitou a comprovação da consistência do modelo adotado pela EPUSP, em relação ao empregado pelo "Shear7", quando em perfil de velocidade constante.

1. O Modelo de Iwan-Blevins/Lyons-Patel

O Fenômeno de Vibrações Induzidas por Emissão de Vórtices - VIV, responsável pela dinâmica auto-excitada e auto-regulada de estruturas com alta razão de esbeltez, é de grande complexidade, representando uma importante classe de problemas de fluido-elasticidade, em particular o fenômeno de "lock-in" que pode ser traduzido como a sincronia da

frequência de emissão de vórtices, e portanto da variação da força de sustentação, com uma das frequências naturais da estrutura. Vem desta sincronia o comportamento de auto-excitação.

No entanto, à medida em que aumentam as amplitudes de oscilação, o padrão do escoamento é destruído, o que acaba por provocar um comportamento de auto-regulação da resposta.

Tais comportamentos dinâmicos são usuais em osciladores não lineares do tipo Van der Pol. A descrição detalhada e o modelamento do fenômeno podem ser encontrados, por exemplo, em Aranha e Parra (1996).

Cumprе mencionar que, ao nível internacional, a abordagem numérica mais completa do problema encontra-se ainda em fase embrionar, porquanto requer a solução do problema de escoamento e sua interação com a estrutura em números de Reynolds relativamente elevados e com considerações acerca da interação tridimensional (ao longo da estrutura).

À luz destes fatos é de se esperar que modelos analíticos, embasados em hipóteses que tornem sua solução mais rápida sem contudo privar-se da reprodutibilidade e consistência, venham há algum tempo tomando força e credibilidade. É a este contexto que se incorpora o Modelo de Iwan-Blevins/Lyons-Patel, mostrando-se capaz de predizer, com razoável aproximação, as

(*) O programa Shear7 foi processado no CENPES/PETROBRAS

amplitudes do movimento devido a este fenômeno.

O Modelo de Iwan-Blevins, posteriormente complementado por importantes considerações propostas por Lyons & Patel, é caracterizado como um sistema de duas equações, sendo para tanto assumida a hipótese de sincronização dos vórtices ao longo de toda a estrutura. Posteriormente, com a consideração de uma função $s_n(x)$, mais adiante descrita, esta distribuição longitudinal dos vórtices é melhor considerada.

A primeira das equações deste modelo responde pela dinâmica do oscilador fluido associado ao fenômeno, caracterizando-se como uma equação do tipo Van der Pol, onde podem ser notados suas características auto-excitadora e auto-reguladora. Por outro lado, a segunda equação procura descrever o oscilador elástico, ou seja a dinâmica da estrutura submetida à ação do fenômeno de VIV. Vem daí portanto a condição hidroelástica, destacando-se como elemento de acoplamento destas duas equações a *Força de Sustentação* $f_L(x,t)$, que de acordo com a teoria de fólios pode ser representada como:

$$f_L(x,t) = \alpha_4 \left(\frac{\partial w}{\partial t} - \frac{\partial y}{\partial t} \right) \quad (1.1)$$

onde $w = w(x,t)$ refere-se a uma variável "fictícia" responsável pela descrição do movimento do fluido e $y = y(x,t)$ refere-se à descrição do deslocamento transversal ao escoamento de cada ponto da estrutura.

Deste modo o sistema de equações acima descrito pode ser matematicamente apresentado, conforme Martins(1994), como :

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \left[\alpha_1 - \alpha_2 \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] \frac{\partial w}{\partial t} + \omega_s^2 w = \alpha_3 \frac{\partial y}{\partial t} \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(F_x \frac{\partial y}{\partial x} \right) + c \frac{\partial y}{\partial t} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \alpha_4 \left(\frac{\partial w}{\partial t} - \frac{\partial y}{\partial t} \right) \quad (1.3)$$

Assumindo-se então a usual técnica de decomposição modal é possível obter um conjunto de n equações desacopladas, cada qual referindo-se a um determinado modo natural de vibrar e apresentando a seguinte forma:

$$\frac{d^2 Y_n}{dt^2} + 2\zeta_n^t \omega_n \frac{dY_n}{dt} + \omega_n^2 Y_n = \frac{\alpha_4}{v_n} \frac{dW_n}{dt} \quad (1.4)$$

para as quais a *Amplitude Modal* (A_n) pode ser escrita como:

$$A_n = DF_n \gamma_n \quad (1.5)$$

onde:

1) (D) refere-se ao diâmetro externo da estrutura cilíndrica submetida ao fenômeno;

2) (F_n) é um *Fator Adimensional de Amplificação Modal* dependente da *Massa Efetiva Modal Reduzida* (μ_n^r) e do *Amortecimento Crítico Modal* (ζ_n^s), na forma:

$$F_n = \frac{1}{1 + 9.60(\mu_n^r \zeta_n^s)^{1.80}} \quad (1.6)$$

com a *Massa Efetiva Modal Reduzida* (μ_n^r) dada por:

$$\mu_n^r = \frac{4v_n}{\rho_a \pi D^2} \quad , \quad (1.7)$$

e o *Amortecimento Crítico Modal* (ζ_n^s) por:

$$\zeta_n^s = \zeta_n^1 + \frac{2}{3\pi} \left\{ \int_0^L c_d \rho_a D^2 [1 - s_n(x)] |\varphi_n^3(x)| dx \right\} / \left\{ \left[\int_0^L m(x) \varphi_n^4(x) dx \right]^{1/2} \left[\int_0^L m(x) \varphi_n^2(x) dx \right]^{1/2} \right\} \quad (1.8)$$

e onde (v_n) corresponde à *Massa Efetiva Modal*, abaixo definida.

$$v_n = \frac{\int_0^L m(x) \varphi_n^2(x) dx}{\int_0^L s_n(x) \varphi_n^2(x) dx} \quad (1.9)$$

Na expressão acima: $m(x)$ refere-se à distribuição longitudinal de massa, incluindo massa adicional; $\varphi_n(x)$ é o auto-vetor do n -ésimo modo, $s_n(x)$ é uma função capaz de considerar apenas o trecho longitudinal da estrutura onde está havendo excitação do n -ésimo modo, ou seja, esta função vale 1 nos trechos de excitação e 0 nos demais. Por sua vez, ω_n refere-se à frequência natural do n -ésimo modo; C_d é o coeficiente de arraste e ρ_a é a densidade do fluido em escoamento ao redor da estrutura.

3) (γ_n) é um *Fator de Forma*, função da distribuição de massa, caracterizado como:

$$\gamma_n = I_n^{-1/2} = \left[\frac{\int_0^L m(x) \varphi_n^4(x) dx}{\int_0^L m(x) \varphi_n^2(x) dx} \right]^{-1/2} \quad (1.10)$$

Baseando-se em resultados experimentais, Lyons & Patel em 1986 propuseram ainda um terceiro multiplicador à *Amplitude Modal*. (A_n)

Este índice, denominado de *Fator de Redução Modal* (ψ_n), mostra-se dependente da *Velocidade Reduzida* (V_r):

$$V_r = \frac{2\pi \cdot U}{\omega_n D}, \quad (1.11)$$

sendo dado graficamente pela figura abaixo:

Figura 1.1: Fator de Redução ψ_n

e matematicamente por:

$$\psi_n = \begin{cases} 0 & \text{para } V_r \leq 4 \\ \frac{V_r - 4}{2} & \text{para } 4 < V_r \leq 6 \\ \frac{10 - V_r}{4} & \text{para } 6 < V_r \leq 10 \\ 0 & \text{para } V_r > 10 \end{cases} \quad (1.12)$$

Finalmente pode-se estabelecer então que a *Amplitude Modal* seja determinada por:

$$A_n = DF_n \gamma_n \psi_n \quad (1.13)$$

2. Análise Modal de um Tubo Vertical Tensionado e sob a Ação de seu Próprio Peso

O presente item trata da análise de uma estrutura tubular e bastante esbelta, imersa e sob a ação de um perfil de correnteza constante ou linearmente variável, suportada de forma vertical como mostrado na figura 2.1. Trata-se de uma configuração estrutural cuja simplicidade

permite a verificação dos procedimentos adotados de uma forma analítica. Pretende-se portanto, comparar os resultados do Modelo de Iwan-Blevins/Lyons Patel quanto a predição do Fenômeno de VIV, fazendo uso de um caso com solução modal analiticamente determinado, com os resultados numéricos advindos do processamento do código "Shear7". O objetivo ulterior da presente pesquisa será, uma vez validado o modelo, aplicá-lo a casos que apresentem curvatura, como o de um "*Steel Catenary Riser*", através de implementação do procedimento no código computacional ora em desenvolvimento na EPUSP. Para estas configurações, o problema de auto-valor associado é determinado numericamente.

Figura 2.1 Esquema Estrutural em Análise

Os efeitos de onda serão desconsiderados, assim como negligenciando os efeitos da curvatura estática na Equação Estrutural de Euler. É possível mostrar, no entanto, que o efeito da *Rigidez Flexional* fica restrito ao entorno das extremidades vinculadas, em uma região de comprimento da ordem $(\lambda(x)/L = (\sqrt{EI/T(x)})/L)$, denominado *Comprimento de Flexão*. Na realidade a Rigidez Flexional volta a ser importante para modos naturais de vibrar de ordem elevada, quando o semi-comprimento de onda local a ele associado é comparável a $\lambda(x)$. Assim, assumindo que a dinâmica global da linha seja dominada pela Rigidez

Geométrica (ou de Tração $T(x)$), a equação de um fio sob tração linearmente variável rege o fenômeno.

$$m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left(T(x) \frac{\partial y}{\partial x} \right) = 0 \quad (2.1)$$

onde: $T(x) = T_0 + \gamma_{ef}(L-x)$, sendo T_0 a tração no fundo e γ_{ef} o peso linear efetivo submerso.

Assumindo-se solução homogênea, utilizando-se a técnica de separação de variáveis, e com algum esforço algébrico, a equação modal associada a 2.1 pode ser posta na forma da *Equação de Bessel Modificada* dada por:

$$\eta^2 \varphi_n''(\eta) + \eta \varphi_n'(\eta) + 4\beta^2 \eta^2 \varphi_n(\eta) = 0, \quad (2.2)$$

onde:

$$\eta = \left[1 + \frac{\gamma_{ef}(L-x)}{T_0} \right]^{1/2} \quad (2.3)$$

À equação 2.3, sob as condições de contorno apropriadas ao presente caso, corresponde a *Equação Característica*:

$$Y_0(2\beta)J_0(2\beta\eta_0) - Y_0(2\beta\eta_0)J_0(2\beta) = 0 \quad (2.4)$$

cujos autovalores são dados por:

$$\lambda_n = \frac{\gamma_{ef}}{\sqrt{T_0 m}} \beta_n \quad (2.5)$$

e os respectivos autovetores por:

$$\varphi_n(x) = J_0 \left[2\beta_n \left(1 + \frac{\gamma_{ef}}{T_0} (L-x) \right) \right]^{1/2} - \frac{J_0(2\beta_n)}{Y_0(2\beta_n)} Y_0 \left[2\beta_n \left(1 + \frac{\gamma_{ef}}{T_0} (L-x) \right) \right]^{1/2} \quad (2.6)$$

Sabendo-se ainda que a *Amplitude da Curvatura Modal* $\chi_n(x)$ pode ser expressa como o produto da *Amplitude Modal* (A_n) pela segunda derivada em x do n -ésimo modo natural $\varphi_n(x)$, ou seja:

$$\chi_n(x) = A_n \cdot \frac{\partial^2 \varphi_n(x)}{\partial x^2}, \quad (2.7)$$

e como a *Amplitude da Deformação Modal no Exterior do Tubo* ($\varepsilon_n(x)$) é dada por:

$$\varepsilon_n(x) = \frac{D}{2} \chi_n(x) \quad (2.8)$$

pode-se, a partir daí, obter a *Amplitude da Tensão Modal* (σ_n) ao longo da estrutura cilíndrica, e portanto avaliar a Vida Útil em Fadiga devido ao Fenômeno de VIV, sob o modelo de Palmgren-Miner.

3. Implementação do Modelo em Código MatLab

3.1 Hipóteses Assumidas

Iniciando-se pela *Rigidez Flexional*, uma prévia adimensionalização da Equação Estrutural de Euler mostrou a pouca influência deste parâmetro na dinâmica da estrutura. Deste modo o equacionamento do oscilador elástico se caracteriza como descritivo de um cabo, onde somente a tração linearmente variável com a profundidade e devida ao próprio peso responde pela sua dinâmica.

Sabe-se que o *Número de Strouhal* (S) tem pouca variação em uma grande faixa de *Número de Reynolds* (R_e), faixa esta que compreende os casos em análise. Como valor típico o modelo de Iwan-Blevins/Lyons-Patel adota $S=0,2$ como representativo de seções circulares, no entanto, adotou-se o mesmo valor utilizado no processamento do “Shear7”, objetivando-se com isso estabelecer uma base consistente de comparação. É importante salientar que os resultados do “Shear7” já eram conhecidos antes da

elaboração deste trabalho, justificando-se daí a adoção de outros parâmetros, que não os típicos do referido modelo.

Apesar de, baseado em inferências experimentais, Patel propor uma faixa de “*Lock-in*” dada por uma *Velocidade Reduzida* (V_r) variando de 4 à 10, com um máximo de *Amplitude Modal* em $V_r = 6$, novamente, para garantir a consistência com os resultados anteriormente obtidos com o processamento do “Shear7”, empregaram-se outras faixas. Estas faixas são apresentadas mais adiante, juntamente com o valor de *Strouhal* adotado.

Nos casos de *Perfil de Velocidades Linearmente Variável* com a profundidade, adotou-se um perfil equivalente composto por cinco extratos, cada qual com velocidade constante e igual à média das velocidades no respectivo extrato do perfil original.

Ainda de acordo com a *Velocidade Reduzida*, equação 1.11, e dada a variação de velocidade em alguns casos analisados, evidenciou-se a ocorrência do seguinte fato: a excitabilidade de um mesmo modo natural em mais de um extrato de velocidades, havendo portanto vários valores de *Fator de Redução* (ψ_n) dados por 1.12. Nestes casos considerou-se aquele fator de menor redução da amplitude (maior ψ_n), como sendo representativo do respectivo modo em todos os trechos de sua excitação.

E finalmente, quando na Estimativa da Vida Útil do “*riser*” nas condições analisadas, assumiu-se o *Modo Natural com Maior Dano* como aquele representativo do fenômeno.

3.2 Fluxograma da Implementação

É importante deixar claro que o objetivo da presente implementação não é a elaboração de um programa comercial acabado, e sim de uma rotina que vise a sistematização da metodologia referente ao Modelo apresentado e sua confrontação com resultados provenientes do

processamento do código “Shear7”. Fica a cargo do “*software*”, paralelamente desenvolvido, a solução dos casos mais gerais (em “*catenária*” por exemplo), via teoria de Elementos Finitos, e devendo, este sim, ser considerado como um programa de uso de uso no projeto de estruturas “*offshore*”.

O fluxograma simplificado seguinte, descreve o procedimento tal como foi implementado, através do aplicativo “*MatLab-4.2c*”, para o tratamento do presente problema.

Neste fluxograma, tem-se:

- 1) Características do “*riser*”: dimensões do tubo e propriedades do material;
- 2) Constantes e Condições Ambientais;
- 3) Considerações: tipo de perfil de velocidades, tipo de aproximação modal, número de modos analisados;
- 4) Cálculo das frequências naturais;
- 5) Determinação dos Fatores de Forma e de Amplificação;
- 6) $n = 1$, o primeiro modo natural;
- 7) Cálculo da velocidade modal;
- 8) O perfil de velocidades é Linearmente Variável ?;
- 9) $v = 1$, o primeiro extrato de velocidades;
- 10) Há excitação do modo n ?;
- 11) Próximo extrato: $v = v + 1$;
- 12) Já verificou todos os extratos ?;
- 13) Cálculo do Fator de Redução;
- 14) O modo foi excitado em algum extrato ?;
- 15) Tensão Modal e Dano Modal iguais a zero em todos os pontos da estrutura;
- 16) Seleção do fator que implique em menor redução da Amplitude Modal;
- 17) Cálculo da Amplitude Modal;
- 18) Cálculo da Tensão Modal e do Dano Modal em todos os pontos da estrutura;
- 19) Próximo modo natural: $n = n + 1$;
- 20) Já foram analisados todos os modos naturais ?;
- 21) Busca do modo com maior Dano e Cálculo da Vida Útil e
- 22) Comparação.

Figura 3.2.1 Fluxograma Simplificado da Implementação

3.3 Descrição da Rotina Implementada

A Rotina “*viv.m*” tem como objetivo maior a sistematização do procedimento de Estimativa do Vida Útil em Fadiga de um caso padrão de “*riser*” exposto ao Fenômeno de VIV. Para tanto, sua execução se baseia em três etapas fundamentais. A primeira caracteriza-se como uma etapa de “*input*”, onde os vários casos, cada um a sua vez, são carregados e armazenados para que posteriormente possam servir ao processo de análise. A etapa seguinte portanto, diz respeito a todo o procedimento analítico-numérico de Estimativa da Vida Útil via Modelo de

Iwan-Blevins/Lyons-Patel. Por fim destaca-se uma terceira etapa, segundo a qual os resultados obtidos são graficamente apresentados, bem como comparados com os respectivamente obtidos quando na execução do “Shear7”.

A etapa de “input” é apresentada na forma de 4 telas que, em sendo sucessivamente confirmadas, carregam a rotina com o caso de análise desejado e, portanto, capacitam a Rotina a continuar o procedimento de estimativa e comparação. Vale lembrar que a Rotina aqui descrita já apresenta como “*default*” o caso onde a razão entre a Tração no topo e o Peso Suspenso é 1,2, bem como o Perfil de Correnteza é do tipo constante. Qualquer modificação é passível de incorporação, sendo então assumida como base de análise.

A etapa de “análise” é efetivamente a de maior importância pois traz em seu escopo toda a codificação do Modelo apresentado. Inicialmente realiza-se a busca das Freqüências Naturais. Neste ponto é importante destacar que são possíveis duas formas de análise quanto à dinâmica estrutural: uma primeira, mais simples, segundo a qual os Modos Naturais são aproximados por senóides e uma segunda, mais precisa, que faz uso das *Funções de Bessel* para tal aproximação. Feita tal busca, a atividade seguinte é determinar os vários *Fatores de Forma* (γ_n) e de *Amplificação* (F_n) inerentes ao Modelo usado. Terminadas estas duas atividades, torna-se possível a visualização destes resultados parciais referentes às mesmas. Passa-se, em seguida, à fase de análise propriamente dita, basicamente caracterizada pela inicial identificação do tipo de Perfil de Correnteza (constante ou linearmente variável), a partir do qual são determinados os vários *Fatores de Redução* $\psi_n(x)$, seguindo-se então a verificação da excitabilidade ou não de cada Modo Natural, baseada na faixa de “*lock-in*”. Havendo a excitabilidade,

calcula-se, ao longo da dimensão longitudinal da estrutura: a *Amplitude da Curvatura Modal* (χ_n), a *Amplitude da Tensão Modal* (σ_n), o *Número de Ciclos Modal até a Fadiga* (N_n) e o *Dano Modal* ($Dano_n$).

Na etapa de “comparação” pode-se, além de visualizar o *RMS de Tensão* obtidos em ambos os programas, também verificar graficamente as várias Freqüências Naturais utilizadas nas análises. A Comparação se faz via RMS de Tensão porque, em se tratando de uma lei exponencial quando na descrição do Número de Ciclos até a Fadiga, qualquer discrepância no cálculo das tensões refletisse em diferenças amplificadas quanto ao Dano posteriormente calculado.

Basicamente a Rotina “*viv.m*” é apresentada na forma de uma janela padrão “*windows*”, na parte superior da qual é possível a identificação de um menu principal caracterizado pelas seguintes opções:

- “*Preliminares*”: dentro desta opção acham-se listadas 3 (três) sub-opções cada qual referindo-se aos dados de entrada. Desta forma a sub-opção <Tubo Escolhido> abre uma nova janela onde podem ser carregadas as propriedades do tubo utilizado nas análises posteriores; a sub-opção <Propriedades do Material> faz referência às características do material do tubo e a sub-opção <Constantes e Condições Gerais> traz os parâmetros gerais, dentre os quais: a Velocidade da Correnteza e a Aceleração da Gravidade. Ver figura 3.3.1.
- “*Considerações*”: selecionada tal opção abre-se uma janela onde se tem a possibilidade de escolha dos seguintes aspectos: Maneira como os Modos Naturais serão aproximados (por Funções de Bessel ou por Senóides); Tipo de Perfil de Correnteza (Constante

ou Linearmente Variável) e Maneira como os Danos serão contabilizados (Distribuídos ao longo da estrutura ou Concentrados em um único ponto). Confirmadas tais considerações fica sendo possível a determinação da Frequências Naturais bem como todos os Fatores envolvidos com a aplicação do Modelo. Ver Figura 3.3.2.

Figura 3.3.1 Tela de Abertura da Rotina "viv.m"

esta sub-opção só é passível de utilização quando referir-se aos casos de 3 à 6 que serão descritos mais adiante. Para efeito de maior entendimento e visualização da descrição acima, segue-se abaixo a Figura 3.3.3, assim como uma descrição mais detalhada do que cada uma das 5(cinco) possíveis sub-opções é capaz de proporcionar:

Figura 3.3.3 Sub-Opções do item Resolver do Menu Principal

Figura 3.3.2 Item Considerações do Menu Principal

- "Resolver": este item do menu principal incorpora em seu escopo sub-opções que dizem respeito tanto ao cálculo de elementos preliminares e de importância para as análises, bem como a própria análise. Faz parte deste item ainda uma opção de comparação entre os resultados obtidos quando na análise via rotina da EPUSP e os respectivamente obtidos via "Shear7";

<Frequências> onde são calculadas e apresentadas as Frequências Naturais. Nesta sub-opção, independentemente da análise modal via Funções de Bessel ou por Aproximação Senoidal, são apresentados os resultados obtidos com ambas, como também a possibilidade de visualização gráfica dos mesmos, conforme apresentado na figura 3.3.4.

<Fatores de Amplificação F_n > refere-se a apresentação gráfica e na forma de tabela dos resultados deste adimensional para excitação de 20%, 40%, 60%, 80% e 100% da extensão da linha, conforme apresentado na figura 3.3.5.

<Fatores de Forma (I_n)> esta sub-opção apresenta estes fatores de maneira gráfica e na forma de tabela segundo a formulação 1.10, assumido-se distribuição de massa constante. Ver figura 3.3.6;

Figura 3.3.4 Tela de Apresentação das Frequências Naturais

Figura 3.3.6 Tela com os Fatores de Forma (In) e (γ_n)

Figura 3.3.5 Tela com os Fatores de Amplificação (Fn)

<Análise do Caso Selecionado> como o próprio nome diz executa a análise do caso selecionado segundo os dados confirmados nos itens: "Preliminares" e "Considerações". <Comparação> segundo a qual torna-se possível a comparação entre resultados obtidos com a presente rotina e os respectivamente obtidos com o "Shear7". A seleção desta sub-opção só é possível quando estiverem sendo analisados os Casos 3, 4, 5 e 6 (mais adiante apresentados). Desta forma, qualquer outro tipo de caso analisado, que não os citados, terá impossibilitada a comparação com o "Shear7", pelo menos via rotina aqui desenvolvida.

- "Visualização": neste item do Menu Principal é possível a visualização dos n ésimos *Modos Naturais*, bem como seus respectivos gráficos de *Amplitude da Curvatura*, ambas escolhas referentes à aproximação dos Modos por *Funções de Bessel* e conseguidas com a seleção da sub-opção <Modos Naturais e Curvaturas>. Ver figura 3.3.7. Este item do Menu Principal apresenta ainda uma sub-opção de Animação do Modo desejado, obtida a partir da seleção do item <Animação>.
- "Ajuda" este item, quando selecionado, presta ao usuário alguns esclarecimentos gerais, além de uma breve descrição das possíveis escolhas de aproximação modal e uma sintética descrição do procedimento básico de utilização da Rotina.
- "Área de Trabalho" como já mencionado, a presente rotina não tem o intuito de se apresentar na forma de um "softwear" devidamente acabado, mesmo porque a linguagem "MatLab" dificultaria tal intenção. Deste modo, a fase de busca dos autovalores através da *Equação Característica 2.4* se faz de forma não tão expedita, o que acaba por tornar demorada a sua execução a toda hora. Buscando agilizar o processo de análise, implementou-se então as sub-opções de: <Salvar> a área de trabalho,

bem como <Recuperar> a área de trabalho, com as quais fica possível a gravação de um caso analisado ou a recuperação de um anteriormente gravado.

- “Sair” esta opção termina a execução da Rotina.

Figura 3.3.7 Tela com a Curvatura para o 9º Modo Natural

4. Comparações

Conforme proposto o intuito original do presente trabalho é o de estabelecer uma base comparativa entre as respectivas rotina de Análise da Vida Útil em Fadiga devido ao Fenômeno de VIV. Para tanto foi proposto um caso padrão de “riser” em condição vertical, portanto com solução analítica conhecida, bem como vários casos para análise do mesmo. Estas condições de análise podem ser compiladas na forma das seguintes tabelas:

Características do Tubo

Tabela 4.1 Características Principais do Tubo

Parâmetros	TUBO 10”3/4
De = diâmetro ext. (m)	0,27305
Di = diâmetro int. (m)	0,23653
t = espessura (mm)	18,26
De/t	14,94
γ_a = peso lin. (N/m)	1124,17
γ = empuxo (N/m)	588,60
γ_{ef} = peso sub. (N/m)	535,57
A = área da seção (m ²)	0,01461615
J = inércia transv. (m ⁴)	0,119215E-03

Material	API5LX60
EA = rigidez axial (kN)	3,069391E+06
EJ = rig. flex. (kNm ²)	25,035E+03

Obs.: g = aceleração da gravidade = 9,807 m/s²

Tabela 4.2 Propriedades do Material

v = coef. de Poisson	0,30
E = mod. de Elast. (N/m ²)	2,100e+11
σ_p = lim. de prop. (N/m ²)	3,0678e+08
σ_y = lim. de esc. (N/m ²)	4,1383e+08
ϵ_y = def. no escoamento	2e-03
σ_r = tensão de rup. (N/m ²)	5,0134e+08
N = ciclos na vida útil	2e+06(14,5ksi/ $\Delta\sigma$) ^{4,38}
$\Delta\sigma$ = “stress range”	$\sigma_{m\acute{a}x} - \sigma_{m\acute{i}n}$

Condições de Processamento e de Contorno

Tabela 4.3 Condições Gerais

H = lâmina d’água (m)	1000
Condições de Contorno	bi-articulado
Ps = peso submerso (kN)	535,57

Tabela 4.4 Casos de Processamento

Caso	Perfil de Correnteza (*)	Tração no Topo (T/Ps)
1	constante	1,0
2	linear	1,0
3	constante	1,2
4	linear	1,2
5	constante	1,5
6	linear	1,5

Dado o conjunto de casos descritos acima, efetuaram-se as análises e comparações, assumindo-se, para tanto, um Número de Strouhal igual a 0,23 e uma Faixa de “lock-in” dada por uma Velocidade Reduzida compreendida no intervalo $4 \leq Vr \leq 6,5$ para os casos com perfil de correnteza constante e no intervalo $4 \leq Vr \leq 6$ para os casos com perfil de correnteza linearmente variável

(*) Perfis de Correnteza:

- constante: velocidade constante de 1,00 m/s;
- linear: velocidade linearmente decrescente com a profundidade e com velocidade no topo de 1,00 m/s.

com a profundidade. Desta forma, foram obtidos os seguintes resultados:

4.1 Caso 3: Velocidade Constante de 1m/s bem como Razão entre Tração no Topo e o Peso Suspenso igual a 1,2

Como comparação entre os RMS de Tensão obtidos pela Rotina “viv.m” apresentada e os respectivamente obtidos com o “Shear7”, tem-se a figura 4.1 adiante.

Estes resultados referem-se a um único modo natural, modo este de **Maior Dano**, correspondente ao 35° modo no caso do aplicativo da EPUSP e ao 30° modo no caso do aplicativo “Shear7”.

Figura 4.1 Comparação do RMS de Tensão para o Caso 3

dos RMS de Tensão resultantes do processamento de ambos os aplicativos, a qual posteriormente será melhor discutida, mas que por ora pode ser atribuída às diferenças nos valores das frequências naturais superiores ao 18° modo de vibrar, como pode ser verificado na figura 4.2.

4.2 Caso 4: Velocidade Linearmente Variável partindo com 1 m/s no Topo, bem como Razão entre Tração no Topo e o Peso Suspenso igual a 1,2

A comparação do RMS de Tensão obtido em ambos os aplicativos permite, para o Caso 4 a obtenção da figura 4.3 apresentada a seguir.

Figura 4.3 Comparação do RMS de Tensão para o Caso 4

Figura 4.2 Comparação entre Frequências Naturais dos Caso 3 e 4

Neste caso 3 de análise, percebe-se uma discrepância quando na comparação

É importante destacar que na análise via aplicativo da EPUSP houve a excitação do 2° ao 31° modo natural, excetuando-se contudo o 5° modo. Já no caso da análise via “Shear7” foram excitados os modos naturais compreendidos no intervalo que vai do 18° ao 30° modo natural. O RMS de Tensão obtido com o aplicativo da EPUSP refere-se ao 31° modo natural e o do “Shear7” diz respeito a uma composição dos modos excitados segundo a sua análise.

As Frequências Naturais neste Caso 4 são as mesmas do Caso 3, haja vista a não influência do Perfil de Velocidades no cálculo das mesmas. Vale portanto, para

este quarto caso de análise, a mesma figura 4.2 de comparação entre frequências obtidas em ambos os aplicativos.

4.3 Caso 5: Velocidade Constante de 1m/s bem como Razão entre Tração no Topo e o Peso Suspenso igual a 1,5

Analogamente ao Caso 3, pode-se agora efetuar o mesmo tipo de comparação tomando-se contudo, neste Caso 5, uma Razão entre a Tração no Topo e o Peso suspenso igual a 1,5. Obtem-se então a figura 4.4.

Destaca-se ainda o fato de que na comparação estabelecida com a figura 4.4, os resultados plotados referem-se ao 28º modo natural na aplicação da Rotina da EPUSP e ao 29º modo natural na aplicação do “Shear7”.

Figura 4.4 Comparação do RMS de Tensão para o Caso 5

Figura 4.5 Comparação entre Frequências Naturais dos Caso 5 e 6

A figura 4.5 diz respeito à comparação entre as Frequências Naturais obtidas em ambos os aplicativos, apresentada tal qual nos Casos 3 e 4, sendo agora no entanto assumida uma Razão entre a Tração no Topo e o Peso Suspenso de 1,5.

É importante verificar neste caso 5 que a melhor proximidade entre os valores de frequências naturais na região da respectiva faixa de “lock-in” ($f_{22} \leq f_n \leq f_{28}$) e portanto a região de maior interesse pela implicação de maiores danos à estrutura (ver figura 4.5), garantiu a equivalência entre os resultados de RMS de Tensão observada na figura 4.4.

4.4 Caso 6: Velocidade Linearmente Variável partindo com 1m/s no Topo, bem como Razão entre Tração no Topo e o Peso Suspenso igual a 1,5

De maneira análoga aquela adotada nos casos anteriores, obtem-se a seguinte figura 4.6, comparativa do Caso 6.

Figura 4.6 Comparação do RMS de Tensão para o Caso 6

Quando na análise via rotina da EPUSP verificou-se a excitabilidade dos modos naturais compreendidos entre o 2º e o 31º modos, excetuando-se aí o 4º modo. No caso da análise via “Shear7”, verificou-se que todos os modos naturais compreendidos entre o 17º e o 29º modos

naturais foram excitados. A comparação do RMS de Tensão se faz segundo o 26º modo natural (modo de maior Dano) no caso da rotina “*viv.m*”, bem como a uma composição dos modos excitados no caso do “Shear7”.

4.5 Discussão dos Resultados

Como forma de síntese é interessante transcrever em uma tabela os vários modos excitados em cada caso analisado. A tabela 4.1, apresentada mais adiante, servirá, portanto, como ponto de partida para a discussão dos resultados já apresentados.

Casos	EPUSP Modos Excitados	Shear7 Modos Excitados
3	35º	30º
4	(do 2º ao 31º exceto o 5º) ^(*)	do 18º ao 30º
5	28º	29º
6	(do 2º ao 31º exceto o 4º) ^(**)	do 17º ao 29º

Tabela 4.1 Modos Utilizados nos Gráficos de RMS de Tensão

As discrepâncias observadas nas figuras 4.3 e 4.6 devem-se a fatores cujas origens, ao menos em um primeiro momento, são de difícil inferência, principalmente porque, como já foi mencionado, a rotina da EPUSP considera apenas o *Modo de Maior Dano*, procedimento este não adotado no “Shear7”. Em geral, o que se pode afirmar é que, agindo-se desta forma, adota-se um resultado, claramente, muito conservador.

Por outro lado, nos casos 3 e 5, onde verifica-se a excitabilidade de um único modo natural, torna-se possível a

identificação da fonte destas eventuais discrepâncias. É importante tal identificação porque, dada a natureza exponencial das leis que regem o fenômeno de fadiga, diferenças como as que são verificadas na figura 4.1 acabam por serem amplificadas e, portanto, eventualmente inviabilizando determinadas configurações de análise comparativa.

Conforme adiantado, as discrepâncias observadas na figura 4.1 devem-se a um fator que se encontra em um nível anterior ao de aplicação dos modelos de VIV, qual seja a solução dos respectivos problemas de auto-valor. Nas situações de baixa pré-tensão, como no Caso 3 por exemplo, o efeito da rigidez flexional em modos elevados, que apresentam semi-comprimento de onda relativamente pequeno, da ordem do comprimento de flexão, é presente e responde pelas diferenças observadas nas frequências naturais a partir do 18º modo, já que na análise via “Shear7” tal efeito é considerado, o mesmo não acontecendo, por simplificação, na solução analítica aqui utilizada e apresentada pela EPUSP. Obviamente, quando da implementação de um código computacional definitivo, o problema de auto-valor deve ser tratado de forma integral, suprimindo tais discrepâncias.

Todavia, nas situações como aquelas verificadas no Caso 5, onde a pré-tensão no “*riser*” é de maior expressão e, portanto, onde o efeito de rigidez flexional passa a ser importante apenas em frequências acima da faixa de “*lock-in*”, neste caso acima do 28º modo natural, pode-se afirmar, com segurança, que os modelos de previsão da Vibração Induzida pela Vorticidade implementados nas rotinas de análise e processamento da EPUSP e do “Shear7” são *equivalentes, quando em perfil de velocidade constante*.

(*) apenas o 31º, modo de maior dano, foi considerado na determinação do RMS de Tensão da figura 4.3.

(**) apenas o 26º, modo de maior dano, foi considerado na determinação do RMS de Tensão da figura 4.6.

5. Conclusões

A presente atividade objetivou verificar a consistência do Modelo de Iwan-Blevins/Lyons-Patel, quando na predição da Vida Útil em Fadiga devido ao Fenômeno de VIV.

À luz dos resultados obtidos, devidamente comparados com os respectivamente obtidos com o "*softwear - Shear7*" e aqui apresentados, pode-se concluir que, mesmo com toda a complexidade dos modelos adotados na descrição do fenômeno, *percebe-se boa equivalência entre os mesmos, quando em perfil de velocidade constante*. Quando em perfil de velocidade variável, o critério utilizado pela EPUSP, tomando o modo correspondente ao maior dano, mostra-se, claramente, muito conservador, se comparado ao critério de composição modal utilizado pelo "Shear7".

Dada a complexidade em se descrever o Fenômeno de VIV e a grande quantidade de parâmetros envolvidos, torna-se imprescindível, qualquer que seja o modelo de predição, uma gama considerável de afeição ao assunto, para que desta forma não se tomem parâmetros equivocados que acabem por comprometer os resultados desejados. Desta forma, como o modelo de Dano Acumulado é exponencial, pequenos desvios na predição das tensões envolvidas podem ser drasticamente amplificados, tornando imprescindível uma análise criteriosa e cuidadosa, que não peque por considerações de pouca fundamentação.

Finalmente destaca-se a aplicabilidade do modelo aqui apresentado mesmo em casos mais complexos de configuração estrutural, como por exemplo em "*catenária*". O Modelo de Iwan-Blevins/Lyons-Patel está sendo incorporado, de forma adequada^(*), ao "*softwear - SteelCat*" de projeto, ora em desenvolvimento na EPUSP. Nesta

(*) O problema de auto-valor é resolvido de forma exata, via Método de Elementos Finitos

implementação, o problema de auto-valor é resolvido de forma completa, considerando-se o efeito da rigidez flexional, particularmente importante para a determinação das frequências naturais correspondentes a modos de número elevado em situações de baixo pré-tensionamento.

6. Bibliografia

- [1] Iwan, W.D. & Blevins, R.D. (1974) "*A Model for Vortex Induced Oscillation of Structures*". Journal of Applied Mechanics, September 1974, p.581-586.
- [2] Iwan, W.D. (1981) "*The Vortex Induced Oscillation of Non-Uniform Structural System*". Journal of Sound and Vibration, 1981, p.291-301.
- [3] Lyons, G.J. & Patel, M.H. (1986) "*A Prediction Technique for Vortex Induced Transverse Response of Marine Risers and Tethers*". Journal of Sound and Vibration, 1986,111(3), p.467-487.
- [4] Parra, P. & Aranha, J.A.P. - "*Vibrações Induzidas por Emissão de Vórtices: Modelo Fenomenológico e Experimentos*", relatório de Outubro de 1996, EPUSP, (46p).
- [5] Blevins, Robert D. - "*Flow-Induced Vibration*". New York, 1977, Van Nostrand Reinhold. (363p).
- [6] Martins, Clóvis Arruda - "*Amortecimento Ativo para Reduzir Vibrações Induzidas por Vórtices em Risers*". São Paulo, 1989. Tese apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para a obtenção do Título de Doutor.
- [7] Martins, Clóvis Arruda - "*Cabos e Tubos Submersos em Configuração de Catenária: Elementos de Análise e*

Dimensionamento", capítulo 4: Vibrações Induzidas por Vórtices. Relatório de Agosto de 1994.

[8] Chung, Tae-Young - "*Vortex-Induced Vibration of Flexible Cylinders in Sheared Flows*". Cambridge, 1987. Dissertação apresentada ao Departamento de Engenharia Oceânica do MIT.

[9] Pesce, C.P. - Notas da disciplina de: "*Complementos de Matemática para Engenharia Mecânica I*", ministrada na Escola Politécnica da USP, 1992.

Agradecimentos:

Agradecemos à PETROBRÁS pelo apoio recebido no desenvolvimento do presente trabalho.

Agradecemos também o suporte parcial oferecido pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) através do processo 95/6888-3, bem como pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).