



Instituto Panamericano de Ingeniería Naval

Instituto Pan-americano de Engenharia Naval
Pan-american Institute of Naval Engineering

XI CONGRESO PANAMERICANO DE INGENIERIA NAVAL, TRANSPORTE MARITIMO E INGENIERIA PORTUARIA.

MODELAGEM E ANALISE DO BALANCO DE CASCOS TIPO PESQUEIRO SUBMETIDOS A ONDAS REGULARES DE TRAVES

PAPER Nº **19**

MOYSES SZAJNBOK
Profesor EPUSP, Director da PROMEC
BRASIL

MODELAGEM E ANÁLISE DO BALANÇO DE CASCOS TIPO PESQUEIRO
SUBMETIDOS A ONDAS REGULARES DE TRAVÉS

Szajnbók, M. (*)
de Conti, M. B. (**)

RESUMO

Apresentam-se resultados de balanço de cascos tipo pe-
queiro submetidos a ondas regulares de través. O problema é
modelado por uma equação diferencial de segunda ordem com a
mortecimento parabólico e restauração cúbica assimétricos,
e excitação tipo senoidal. Apresentam-se condições suficien-
tes para existência e unicidade de soluções, e expressões a
proximadas para as ressonâncias principal e sub-harmônica
de ordem três, obtidas pelo Método de Krylov e Bogoliubov.

ABSTRACT

The rolling motion of trawlers subjected to regular
beam seas is evaluated. The problem is represented by a
second order differential equation, with assymetric
parabolic damping and cubic restoring forces, and sinusoidal
exciting moment. Sufficient conditions for existance and
uniqueness of solutions, and approximate expressions for
the principal resonance and third order subharmonic
oscillation, obtained by the Method of Krylov and
Bogoliubov, are presented.

- (*) Moysés Szajnbók, Professor da Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo, Diretor da PROMEC - Proje-
tos Mecânicos.
- (**) Mardel Bongiovanni de Conti, Professor da Escola Poli-
técnica da Universidade de São Paulo, Departamento de
Engenharia Naval.

1. INTRODUÇÃO

No estudo do balanço de pequenas embarcações com velocidade de avanço nula, submetidas a ondas regulares de travês, pode-se adotar a representação:

$$\ddot{\phi} + b_1 \dot{\phi} + b_2 \dot{\phi} |\dot{\phi}| + c_1 \phi + c_3 \phi^3 = M \cos(\omega t), \quad (1)$$

em que ϕ é a diferença entre o ângulo de balanço e o ângulo de inclinação do perfil de ondas;
 b_1 é o coeficiente do termo linear do amortecimento;
 b_2 é o coeficiente do termo quadrático do amortecimento;
 c_1 é o termo linear de restauração;
 c_3 é o termo cúbico da restauração;
 M é a amplitude da excitação;
 ω é a frequência de oscilação da excitação.

A amplitude M , na hipótese de validade da Teoria de Ondas de Airy para águas profundas, pode ser expressa por:

$$I_V M = \frac{I \omega^4}{2g} H, \quad (2)$$

sendo H a altura das ondas regulares incidentes; I a inércia estrutural e I_V a inércia virtual em balanço.

O termo linear do amortecimento está associado à geração de ondas pela movimentação do casco, e sua estimativa pode ser feita por Teoria Potencial, por exemplo pelo Método de Frank [ref.1].

O termo quadrático do amortecimento está associado à dissipação de energia por efeitos viscosos, e pode ser estimado por exemplo pela metodologia compilada por Himeno [ref.2].

Os coeficientes c_1 e c_3 podem ser estimados por ajuste da curva correspondente aos termos de restauração hidrostática com a curva de momentos de endireitamento da embarcação. Tal ajuste é feito até um ângulo-limite, aceito como seguro para a embarcação.

A equação (1) é do tipo Duffing e é frequente encontrar-se na Literatura o tratamento dos casos onde $b_1 = 0$ ou $b_2 = 0$ [ref.3,4]. Estas hipóteses não são aqui adotadas, apenas se supõe que b_1 , b_2 , c_3 e M sejam "pequenos", isto é:

$$\begin{aligned} b_1 &= \epsilon \bar{b}_1, & c_3 &= \epsilon \bar{c}_3, \\ b_2 &= \epsilon \bar{b}_2, & M &= \epsilon \bar{M}, \end{aligned} \quad (3)$$

em que ε é um parâmetro positivo, com $\varepsilon \ll 1$ e $\bar{b}_1 \dot{\phi}$,
 $\bar{b}_2 \ddot{\phi}$, $\bar{c}_3 \phi^3$ e $M \cos(\omega t)$ têm a mesma ordem de
grandeza de $\ddot{\phi}$ e $c_1 \phi$.

Apresentam-se soluções aproximadas de (1) para as situações de ressonância principal e de ressonância sub-harmônica de ordem 3. Os resultados foram obtidos pelo Método de Krylov e Bogoliubov [ref.4,5].

A análise de tais soluções permite identificar situações críticas de estabilidade transversal para pequenos cascos submetidos a mares de vagas de través.

Apresenta-se um exemplo de aplicação para pesqueiros de arrasto, cujas formas foram obtidas da Série Ridgelly-Nevitt [ref.6].

2. SOLUÇÕES PERIÓDICAS MAIS SIGNIFICATIVAS PARA O BALANÇO DE EMBARCAÇÕES NO MAR.

O balanço de uma embarcação submetida a ondas de través pode em certos casos apresentar-se com amplitudes e frequências diferentes, mesmo que a excitação tenha se mantido constante.

Nos casos de não-ressonância principal existe a possibilidade do balanço oscilar com a frequência da excitação e também oscilar com a frequência natural do sistema livre não amortecido, $\sqrt{c_1}$.

Como o balanço foi modelado com amortecimento parabólico e restauração cúbica assimétricos, apenas o caso em que $\omega \approx 3\sqrt{c_1}$, ou seja, a ressonância sub-harmônica, e o caso em que $\omega \approx \sqrt{c_1}/3$, chamado de ressonância ultra-harmônica, aparecem numa análise de segunda aproximação. Entretanto a ressonância ultra-harmônica apresenta amplitudes muito menores que a dos outros dois casos, ressonância principal e sub-harmônica, razão pela qual não será discutida.

A figura 1 ilustra as curvas de amplitudes das soluções periódicas para a ressonância principal e para as ressonâncias sub e ultra-harmônicas.

Observa-se que o termo que oscila com a frequência da excitação somente é relevante para $\omega \approx \sqrt{c_1}$. Na região $\omega \approx 3\sqrt{c_1}$ (ressonância sub-harmônica), à medida em que ω cresce, a partir, por exemplo, do ponto A, há a possibilidade de haver um salto de amplitude próximo ao ponto B, em que surge uma oscilação com período maior que o da excitação.

Na região em que $\omega \approx \sqrt{c_1}$ também podem ocorrer saltos, como por exemplo próximo ao ponto C da figura 1. Porém, tais saltos não são acompanhados de mudanças no período de os

cilação.

A não ocorrência de saltos é garantida se alguma das condições de suficiência para a existência e unicidade de soluções periódicas listadas na tabela 1 fôr satisfeita.

Tabela 1 - Condições suficientes para a existência e unicida de de soluções periódicas.

PARÂMETROS	CONDIÇÃO (*)
$b_2 \geq 0$ e $c_3 > 0$,	$\frac{2b_1}{\omega\phi_a} + 4b_2 > \frac{6c_3\phi_a}{c_1 + 3c_3\phi_a^2}$ <p>para $\phi_a \leq \sqrt{\frac{c_1}{3c_3}}$</p> $\frac{2b_1}{\omega\phi_a} + 4b_2 > \sqrt{\frac{3c_3}{c_1}}$ <p>para $\phi_a > \sqrt{\frac{c_1}{3c_3}}$</p>
$c_3 = 0$	sempre há soluções estacionárias, para quaisquer valores de b_1, b_2, c_1, M e
$b_2 = 0$ e $c_3 \leq 0$	$b_1^2 > c_1$
$b_2 = 0$ e $c_3 > 0$	$b_1^2 > c_1 + 3c_3\phi_a^2$

(*) é o valor máximo absoluto de cada solução

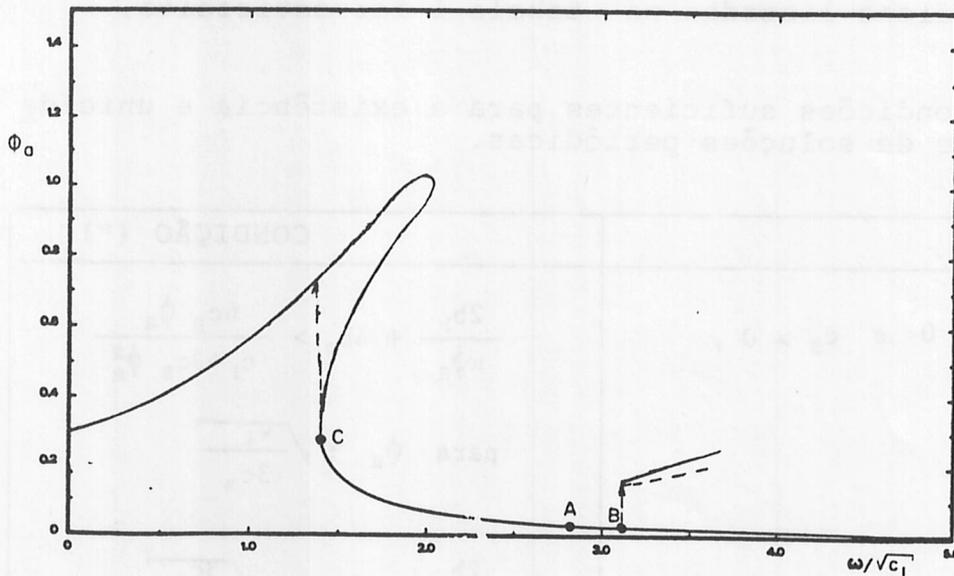


Figura 1 - Ilustração das curvas de resposta

3. RESSONÂNCIA PRINCIPAL

A oscilação de balanço nas frequências $\omega \approx \sqrt{c_1}$ é chamada ressonância principal.

Com o método de Krylov e Bogoliubov pesquisam-se soluções periódicas em primeira aproximação da forma

$$\phi = \phi_a \cos(\omega t + \nu) + O(\epsilon), \quad (4)$$

em que ϕ_a , a amplitude do balanço, e ν , a diferença de fase entre o balanço e o seu momento excitador, são constantes a determinar.

A imposição da condição de periodicidade para as soluções aproximadas de primeira ordem implica nas equações:

$$A) \operatorname{sen} \nu = \frac{\omega b_1 \phi_a}{M} - \frac{8}{3\pi} \frac{\omega^2 b_2 \phi_a^2}{M}$$

$$B) \cos \nu = \frac{\phi_a}{M} \left(c_1 - \omega^2 + \frac{3}{4} c_3 \phi_a^2 \right)$$

A resolução dessas duas equações A) e B) permite determinar os valores dos parâmetros ϕ_a e ν em função de ω , b_1 , b_2 , c_1 , c_3 e M .

4. RESSONÂNCIA SUB-HARMÔNICA DE ORDEM 3

A oscilação de balanço nas frequências $\omega \approx 3\sqrt{c_1}$ é chamada ressonância sub-harmônica de ordem 3.

A aplicação do método de Krylov & Bogoliubov conduz a uma primeira aproximação não periódica da forma

$$\phi = \phi_a(t) \cos \left(\frac{\omega t}{3} + \nu(t) \right) \quad (5)$$

onde ϕ_a e ν são funções do tempo, como indicado.

Para obter soluções periódicas é necessário uma aproximação de segunda ordem, chegando-se a uma solução aproximada da forma:

$$\begin{aligned} \phi = & \phi_a \cos \left(\frac{\omega t}{3} + \nu \right) + \frac{9c_3}{32\omega^2} \phi_a^3 \cos(\omega t + 3\nu) + \\ & + \frac{b_2}{15\pi} \phi_a^2 \sin(\omega t + 3\nu) - \frac{9M \cos(\omega t)}{8\omega^2} + \\ & + 0(\epsilon^3), \end{aligned} \quad (6)$$

onde a amplitude do balanço ϕ_a , e a diferença de fase entre o balanço e o seu momento excitador ν , são constantes a determinar.

A imposição da condição de periodicidade para as soluções aproximadas de segunda ordem implica nas equações:

$$\begin{aligned} A') \quad & - \frac{b_1 \phi_a}{2} - \frac{4b_2 \phi_a^2 \omega}{9\pi} + \frac{27b_1 c_3 \phi_a^3}{16\omega^2} + \\ & + \frac{9b_2 c_3 \phi_a^4}{40\pi\omega} - \frac{2b_2 \phi_a^2 (c_1 - \omega^2/9)}{\pi\omega} - \\ & - \frac{b_2 \phi_a M}{5\pi\omega} \cos(3\nu) - \frac{81}{64} \frac{c_3 M \phi_a^2}{\omega} \sin(3\nu) = \\ & = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B') \quad & - \frac{405}{256} \frac{\phi_a^4 c_3^2}{\omega^3} - \frac{3b_1^2}{8\omega} - \frac{b_1 b_2 \phi_a}{3\pi} + \\
& + \frac{352}{675\pi^2} b_2^2 \phi_a^2 \omega - \frac{27}{8\omega^3} (c_1 - \omega^2/9)^2 - \\
& - \frac{21}{10\pi} b_2 M \sin(3\omega) - \frac{81}{64} \phi_a c_3 M \cos(3\omega) + \\
& + \frac{9c_3 \phi_a^2}{8\omega} + \frac{3(c_1 - \omega^2/9)}{2\omega} - \frac{8c_3}{16\omega^3} (c_1 - \omega^2/9) = 0
\end{aligned}$$

A resolução dessas equações A') e B') permite determinar o valor dos parâmetros ϕ_a e ν em função de ω , M , b_1 , b_2 , c_1 e c_3 .

5. DESCRIÇÃO DOS CASCOS ANALISADOS

Considerou-se um pesqueiro de arrasto, cujas formas foram obtidas da Série Ridgelly-Nevitt [ref. 6], com os seguintes parâmetros:

- . deslocamento : 200 ton;
- . coeficiente prismático C_p : 0,650;
- . relação boca-calado B/H : 2,29;
- . coeficiente de área da maior seção C_M : 0,760;
- . razão boca-calado : 200.

O comprimento resulta $L = 30,5$ m.

A boca B e o calado H podem ser obtidos de:

$$B = 0,001 L \sqrt{\frac{\Delta}{(0,01 L)^3} \frac{(B/H)}{\gamma C_p C_M}} ; H = \frac{B}{(B/H)} \quad (7)$$

em que γ é o peso específico da água do mar (em ton/ft³). Resultam $B = 5,49$ m e $H = 2,40$ m.

Obtiveram-se resultados para o casco sem bolinas e para o casco com bolinas em 60% de seu comprimento.

Os coeficientes de amortecimento b_2 foram estimados em $b_2 = 0,111$ (casco sem bolinas) e $b_2 = 0,346$ (casco com bolinas).

Consideraram-se também quatro pesqueiros de arrasto, cujas formas foram obtidas da Série Ridgelly-Nevitt [ref. 6], com os seguintes parâmetros:

- . deslocamento : 400 ton;
- . coeficiente prismático C_p : 0,650;
- . relação boca-calado B/H : 2,29;
- . coeficiente de área da maior seção C_M : 0,760;

Estes pesqueiros diferem entre si pela razão deslocamento-comprimento $\Delta/(0,01 L)^3$, que assume os valores 200, 300, 400 e 500 ton/ft³ para os cascos números 2, 3, 4 e 5,

respectivamente.

A boca B e o calado H podem ser obtidos das expressões (7) anteriores.

Os valores do comprimento, boca e calado estão na tabela 1.

As linhas de casco são semelhantes para os cinco pesqueiros, bastando multiplicar as cotas verticais, laterais e longitudinais por constantes convenientes para obter a boca, o calado e o comprimento corretos. Na figura 2 apresenta-se o plano de balizas.

TABELA 1
Parâmetros dos cascos 2 até 5

Casco Parâmetro	2	3	4	5
Comprimento L (m)	38,40	33,55	30,48	28,29
Boca B (m)	6,92	7,41	7,76	8,06
Calado H (m)	3,02	3,23	3,39	3,52

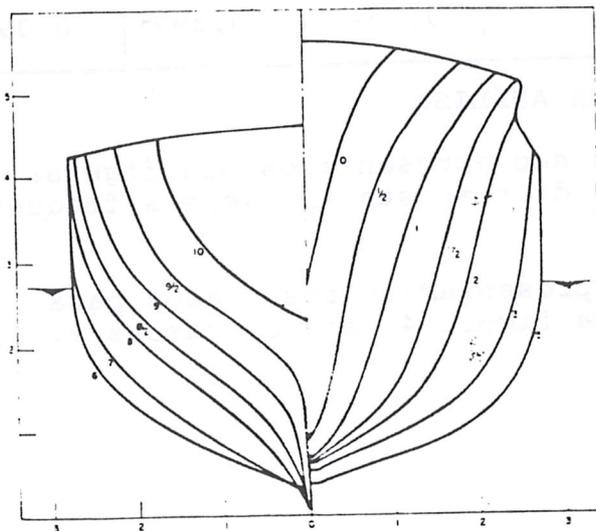


Figura 2 - Plano de balizas do pesqueiro

As ondas regulares incidentes (mares de vagas, ou seja, "swells"), tiveram sua frequência de ondas variada para que se determinassem as características das respostas nas proximidades da ressonância principal.

A razão I/I_V foi adotada igual a 0,904, dentro da faixa usual para este tipo de embarcação [ref. 7].

Os valores de b_2 , c_1 e c_2 estão na tabela 2.

TABELA 2
Coeficientes de Amortecimento e de Restauração
Para os Cascos

Parâmetro Casco	b_2	c_1	c_2
1 (a)	0,111	0,586	0,141
1 (b)	0,346	0,586	0,141
2	0,199	0,370	0,089
3	0,131	0,465	0,112
4	0,133	0,434	0,104
5	0,154	0,399	0,096

6. RESULTADOS E SUA ANÁLISE

Os resultados são apresentados nas figuras 3 e 4 na forma de amplitude da resposta ϕ_a , versus frequência de excitação.

Na figura 3 apresentam-se resultados para os cascos 1(a) e 1(b), e na figura 4 para os cascos 2, 3, 4 e 5 com $H = 1$ m.

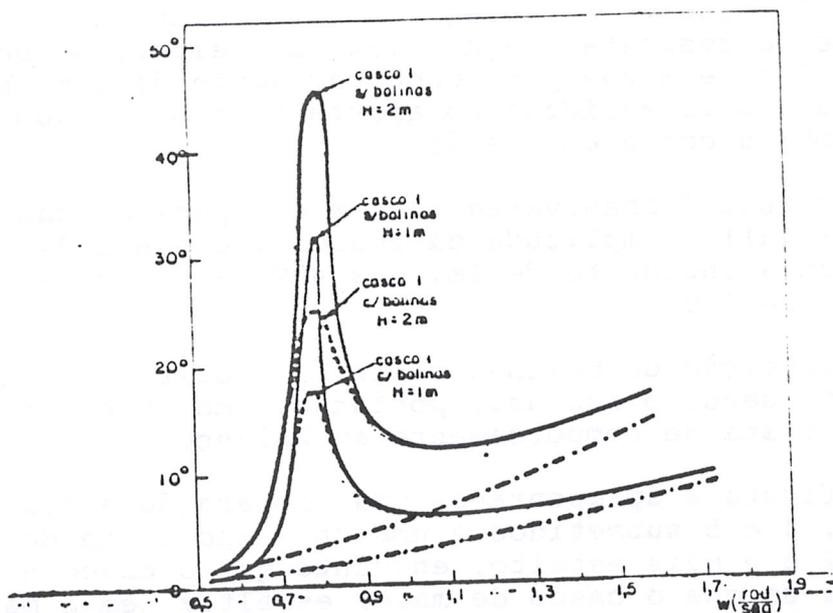


Figura 3 - Amplitude da resposta versus frequência de excitação para o pesqueiro número 1 sem bolinas (1(a)) e com bolinas (1(b)).

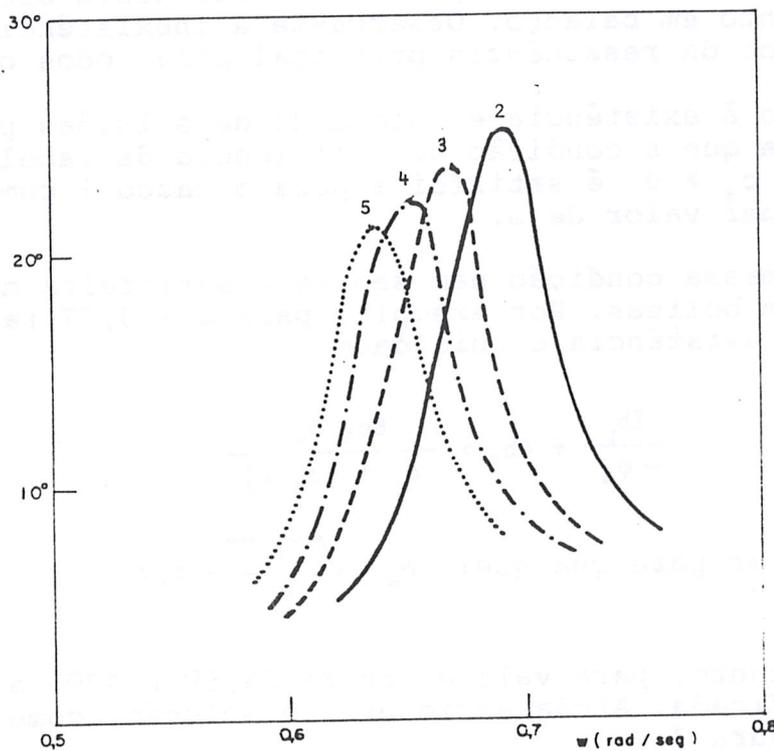


Figura 4 - Amplitude da resposta versus frequência de excitação para os cascos 2 até 5.

Considere-se inicialmente o casco 1 com bolinas (1(b)). A figura 3 mostra que na região da ressonância principal, a amplitude da resposta chega a 15° para altura de onda incidente de 1 m, e a 23° para onda incidente de 2 m. Note-se o efeito da não linearidade no amortecimento, já que a resposta não dobrou com a excitação.

Na figura 3 observa-se também que para o casco 1 sem bolinas (1(a)) a amplitude da resposta chega a 31° para altura de onda incidente de 1m, e a 45° para altura de onda incidente de 2 m.

A colocação de bolinas reduz as amplitudes máximas de oscilação, sendo o seu uso, portanto, uma boa prática do ponto de vista de comportamento em balanço.

Na figura 4 apresenta-se uma comparação entre os cascos 2, 3, 4 e 5 submetidos a uma onda incidente de 1 metro. O casco 2 é o mais esbelto, enquanto que o casco 5 é o menos. Nota-se que o casco de maior esbeltez tem a maior amplitude de resposta (cerca de 25°), enquanto que o casco de menor esbeltez apresenta a menor amplitude de resposta (cerca de 21°). Fixados o coeficiente prismático, a relação boca-calado e o deslocamento, verifica-se que quanto menor a relação deslocamento-comprimento, mais desfavorável é o comportamento em balanço. Observa-se a inexistência de saltos em torno da ressonância principal para todos os casos.

Quanto à existência e unicidade de soluções periódicas, verifica-se que a condição de suficiência da tabela 1 para $b_2 \geq 0$ e $c_3 > 0$ é satisfeita para o casco 1 com bolinas para qualquer valor de ω .

Esta mesma condição nem sempre é satisfeita no caso do casco 1 sem bolinas. Por exemplo, para $\omega = 0,77$ rad/seg a relação de existência e unicidade

$$\frac{2b_1}{\omega \phi_a} + 4b_2 > \frac{6c_3 \phi_a}{c_1 + 3c_3 \phi_a^2}$$

deveria valer para qualquer $\phi_a \leq \sqrt{\frac{c_1}{3c_3}} = 67^\circ$

Entretanto, para valores entre 26,5° e 67° a relação não é verificada. Ainda assim existe solução, como se observa pela figura 3.

CONCLUSÕES

Nem sempre ocorrem "saltos" (com ou sem modificação da frequência de oscilação), porém ainda assim a metodologia é útil para prever os níveis do balanço de embarcações submetidas a ondas regulares por través.

No entanto, uma análise mais completa do fenômeno do balanço deve também considerar o caso de excitação aleatória (mares de ventos).

As formulações apresentadas são também úteis para análise de outros sistemas, sejam mecânicos, físicos ou elétricos, que possam ser bem modelados por uma equação diferencial de 2ª ordem, com amortecimento parabólico e restauração cúbica assimétricos, e excitação senoidal.

BIBLIOGRAFIA

1. FRANK, W. On the Oscillation of Cylinders in or Below the Free Surface of Deep Fluids. Bethesda, Naval Ship Research and Development Center, 1967. (NSRDC Report 2375).
2. HIMENO, Y. Prediction of Ship Roll Damping: State of the Art. Ann Arbor, University of Michigan, 1981. 75 p. (University of Michigan. College of Engineering. Department of Naval Architecture and Marine Engineering, 239).
3. STOKER, J. J. Nonlinear Vibrations in Mechanical and Electrical Systems. New York, Interscience, 1966. 273 p.
4. DINCA, F.; THEODOSIU, C. Nonlinear and Random Vibrations. Bucuresti, Editura Academiei, 1973, 413p.
5. STARZHINSKII, V. M. Applied Methods in the Theory of Nonlinear Oscillations. Moscow, Mir, 1980. 263 p.
6. RIDGELY-NEVITT, C. The Development of Parent Hulls for a High Displacement-Length Series of Trawler Forms. Transactions of the Society of Naval Architects and Marine Engineers, New York, 71: 5-30, 1963.
7. BHATTACHARYYA, B. Dynamics of Vehicles. New York, 1978. 498 p.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à PROMEC - Projetos Mecânicos S/C Ltda. o subsídio provido ao primeiro deles para a realização deste trabalho.

CONCLUSÃO

Os resultados obtidos mostram que a análise modal é uma ferramenta útil para a identificação de modos de vibração e para a análise de resposta em frequência de estruturas. Porém, ainda existem algumas limitações a serem consideradas, tais como a necessidade de um modelo matemático adequado e a necessidade de um conhecimento prévio das propriedades físicas da estrutura.

No entanto, esta análise é muito importante para a identificação de modos de vibração e para a análise de resposta em frequência de estruturas. Além disso, a análise modal é uma ferramenta útil para a identificação de modos de vibração e para a análise de resposta em frequência de estruturas.

As formulações apresentadas são válidas para um sistema de massa-spring-damper, porém, para sistemas mais complexos, como estruturas elásticas, a análise modal pode ser aplicada por meio de técnicas de redução de ordem, com a obtenção de um modelo reduzido que permita a análise de resposta em frequência de estruturas.

BIBLIOGRAFIA

1. FRANK, W. On the Oscillation of Cylinders in a Flow of Fluid. *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 1, pp. 17-22, 1934.
2. HINNO, Y. Prediction of Ship Hull Oscillation. *State of the Art Report*, University of Michigan, 1981.
3. STOKER, J. J. *Nonlinear Vibrations in Mechanical and Electrical Systems*. New York, Interscience, 1956. 373 p.
4. DING, Y. T. *Nonlinear Vibrations*. Editora Acadêmica, 1973. 419p.
5. STARBUCKI, V. M. Applied Methods in the Theory of Nonlinear Oscillations. Moscow, Mir, 1980. 263 p.
6. RIDGELY-NEVITT, C. The Development of Patent Claims for a High Displacement-Limit Series of Transfer Functions. *Transactions of the Society of Naval Architects and Marine Engineers*, New York, Vol. 50, 1952.
7. BHATTACHARYA, S. *Dynamics of Vehicles*. New York, 1972. 482 p.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à FAPESP - Projeto Mecânica 81/82, o apoio financeiro ao primeiro autor para a realização deste trabalho.