Instituto Panamericano de Ingeniería Naval
Instituto Pan-americano de Engenharia Naval
Pan-american Institute of Naval Engineering

XI CONGRESO PANAMERICANO DE INGENIERIA NAVAL,
TRANSPORTE MARITIMO E INGENIERIA PORTUARIA.

ANALISIS DINAMICO Y AJUSTE DE PARAMETROS EN EL CALCULO DE FRECUENCIAS NATURALES EN ESTRUCTURAS OFFSHORE

PAPER N° 20

FREDY A. URIBE ALVARADO
Ingeniero Naval, M.Sc. (COPPE/UFRJ)
BRASIL

ANALISE DINAMICA Y AJUSTE DE PARAMETROS EN EL CALCULO DE FRECUENCIAS NATURALES DE ESTRUCTURAS OFFSHORE

RESUMEN

El objetivo de este trabajo es la determinación y ajuste de parámetros envueltos en el cálculo de las frecuencias naturales de sistemas estructurales oceánicos de gran porte utilizando la técnica de los Elementos Finitos.

Para el ajuste de las frecuencias naturales, se utiliso una función criterio de minimización y un proceso automático de iteración que interactua con un programa de elementos finitos de gran porte (implantado en microcomputador AT), permitiendo hacer una correlación entre los valores calculados y los obtenidos de mediciones directas en el sistema estructural considerado.

El método fué aplicado a un modelo simplificado de plataforma fixa de produción de petróleo, en el cual se hizo el ajuste de masas en la cubierta y de rididez en las fundaciones de forma que el error entre las frecuencias naturales calculadas y medidas sea mínima.

Fredy A. Uribe Alvarado — Ingeniero Naval, M.Sc. (COPPE/UFRJ)

Tiago A. Piedras Lopes — Profesor Adjunto (COPPE/UFRJ)

Severino Fonseca da Siva Neto — Profesor Asistente (COPPE/UFRJ)

DINAMIC ANALYSIS AND DATA FITTING IN THE ESTIMATION OF NATURAL FREQUENCIES IN OFFSHORE STRUCTURE

ABSTRACT

This work deals with the determination and the fitting of data involved in the calculus of the natural frequencies in large offshore structural systems using the FINITE ELEMENT METHOD.

For the natural frequencies fitting, it was used a minimization penalty function and an automatic iteration procedure which interact with a finite element program for large systems implemented in an AT type microcomputer), allowing to make a correlation between the calculated values and the values obtained from real scale measurement for the structural system under consideration.

The method was applied to a simplified model of fixed production platform, for wich the deck masses and the foundation stiffness were fitted, in order to minimize the error between the calculated and the measured natural frequencies.

INTRODUCCION

La respuesta dinámica de cualquier estructura, depende de las fuerzas de excitación y de sus própias características modales. Las vibraciónes excesivas necesariamente, requieren una reducción de las fuerzas de excitación o un recálculo de la estructura o ambas. Por esto, la determinación de las frecuencias y modos naturales de vibración, es una etapa importante en el projecto de estructuras sometidas a fuerzas dinámicas, por lo que debe ser considerada de forma cuidadosa.

El critério de projecto de una estructura puede estar definido por sus frecuencias naturales fundamentales, lo que podría proporcionar una cierta precisión en el control y en la previsión de danos en el sistema causado por la proximidad entre las frecuencias naturales del sistema y las frecuencias de las fuerzas de exitación. En elevado número de problemas físicos, la frecuencia original, no resulta ser satisfactória y el problema de maximización de las frecuencias, resulta ser importante. ZARGHAMEE [1], propuso un método para la maximización de las frecuencias naturales fundamentales de una estructura, considerando un peso fijo y variando la rigidez de algunos miembros estructurales previamente seleccionados. Este procedimiento está baseado en la ecuación del gradiente, que expresa la razón de variación de las frecuencias, en relación a los parámetros del sistema.

RUBIN [2] expuso una teoria más detallada en relación al problema de proyecto de estructuras com peso mínimo considerando a variación de la rigidez de sus miembros para satisfacer el requerimiento especificado de las frecuencias naturales. La aproximación fué hecha, considerando una variación de las áreas transversales de sus miembros, usando para esto ecuaciones individuales de los gradientes, para obtener la frecuencia correcta de la estructura y procediendo a continuación con la minimización del peso. La particularidad atrayente de este método, resulta ser el hecho de que todas las ecuaciones pueden ser expresadas en forma matricial, lo que permitiría una aplicación directa del Método de los Elementos Finitos y por consiguiente, hacer una completa automatización del método en programas de computación, que incluirían en el caso de tenerse complejidad en el sistema, una capacidad de análise de subestructuras.

En los parráfos anteriores, fuerón expuestas brevemente diversas técnicas para determinar las características vibratórias de un determinado sistema. La estructura es definida midiendo o calculando sus características dinámicas; la información así obtenida es utilizada para determinar si la estructura analizada presentará problemas o no. De existir algún problema, es posíble minimizar la fuerza de excitación y efectuar un reprojecto estructural [3].

Este trabajo, representa el início al estudio teórico experimental para el ajuste de modelos matemáticos en la determinación de las caraterísticas dinámicas de estructuras offshores, que está siendo efectuado por el Laboratório de Estructuras Navales de la COPPE/UFRJ.

En primer lugar, se realiza la presentación del problema y las diversas líneas de investigación que pueden ser consideradas para su solución, a continuación se presenta el Método de Identificación Bayesiana de Parámetros (MIBP), dicho método fué elejido para realizar el ajuste de los parámetros del sistema. Un ejemplo con 10 grados de libertad es análizado y de este análisis son obtenidas algunas conclusiones y sugerencias que puedem ser consideradas en la aplicación del método a sistemas reales con n grados de libertad.

FORMULACION MATEMÁTICA DEL PROBLEMA DE AUTOVALORES

La ecuación que define el movimiento de un sistema discreto conservativo tiene la siguiente forma:

$$\underset{\sim}{m}\,\ddot{\underset{\sim}{x}} + \underset{\sim}{k}\,\underset{\sim}{x} = 0 \qquad (1)$$

que corresponde a un sistema en vibración libre sin amortecimiento, que tiene uma solución de la forma:

$$X(t) = u_i \; f(t) \qquad ; \; i = 1,2,.. \; n \qquad (2)$$

utilizando el método de separación de variábles, se llega a la siguiente expresión:

$$(\underset{\sim}{k} - \omega_j \; m)\underset{\sim}{u} = 0 \qquad (3)$$

que es conocida como la ecuación que define el problema de autovalores, y que tiene, una solución no trivial si el determinante de los coeficientes es nulo, esto es:

$$\det|k - \omega_n^2 \; m| = 0 \qquad (4)$$

la ecuación original de equilíbrio dinámico se transforma en la siguiente expresión:

$$\underset{\sim}{K} \, \underset{\sim}{\phi} = \underset{\sim}{M} \, \underset{\sim}{\phi} \, \underset{\sim}{\omega} \qquad (5)$$

que es la ecuación general de equilibrio dinámico, donde:

$\underset{\sim}{K}$ es la matriz de rigidez del sistema
$\underset{\sim}{M}$ es la matriz de masa del sistema
$\underset{\sim}{\phi}$ es la matriz modal
$\underset{\sim}{\omega}$ es la matriz diagonal de las frecuencias naturales.

La ecuación (5), puede ser resulta usando alguna de las técnicas presentadas en [4], [5] o [6].

METODOLOGIAS DE TRABAJO

La reducción de una estructura compleja a un modelo matemático, es el resultado de combinar los critérios utilizados con la experiencia del analista. Para esto se hán considerado en el estudio del problema dos metodologías: La primera considera el estudio del problema en el domínio del tiempo, y a otra estudia la solución del problema en el domínio de la frecuencia. Dentro de estas dos metodologías, se encuentran aquellos métodos de ajuste que utilizam un mínimo de datos experimentales, hasta aquellos que son el resultado de mediciones directas.

Cuando sea necesario hacer un estudio de vibraciones de estructuras, el investigador tendrá que tener claro que es lo que desea perfeccionar y definir com objetividad su linea de trabajo. Dependiendo del tipo de análise, el estudio podrá ser realizado en el dominio del tiempo (Fig.1) o en el domínio de la frecuencia (Fig.2). De la observación de estas dos figuras, es posible notar que la mayor división en cada domínio está en las técnicas de solución utilizadas, destacandose en ambos domínios la técnica de solución direta, y por otro lado la técnica que utiliza procedimientos iterativos de optimización.

La resolución directa, está baseada en el desenvolvimiento de procedimientos simples de medición para la obtención de los parámetros. La técnica de solución usando procesos iterativos, por el contrário, utiliza algoritmos que relacionan variaciones tanto en los parámetros como en la respuesta del sistema. Sin envargo, cualquiera que sea la técnica empleada en el desenvolvimiento de los métodos de ajuste de modelos matemáticos para sistemas vibratórios, el objectivo común, es procurar obtener una mínima diferencia entre los valores de la respuesta medida y los valores calculados.

Observando el esquema de estudio en ambos domínios, es posible notar que en el estudio en el domínio del tiempo, es utilizado un modelo físico y otro modal. El modelo modal simplifica significativamente la matemática del problema y

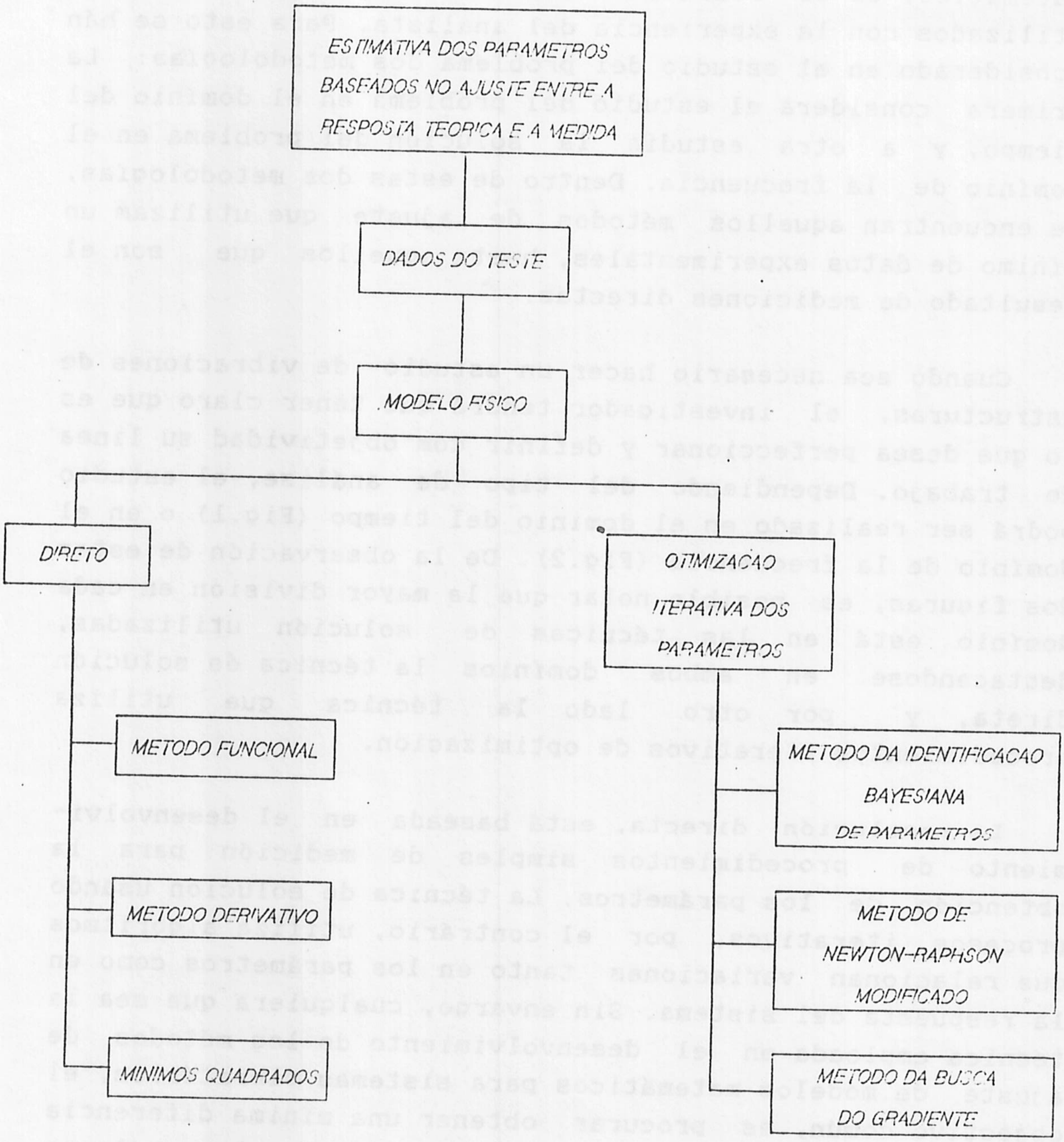

FIGURA 1 - ESTIMATIVA DOS PARAMETROS NO DOMINIO DO TEMPO

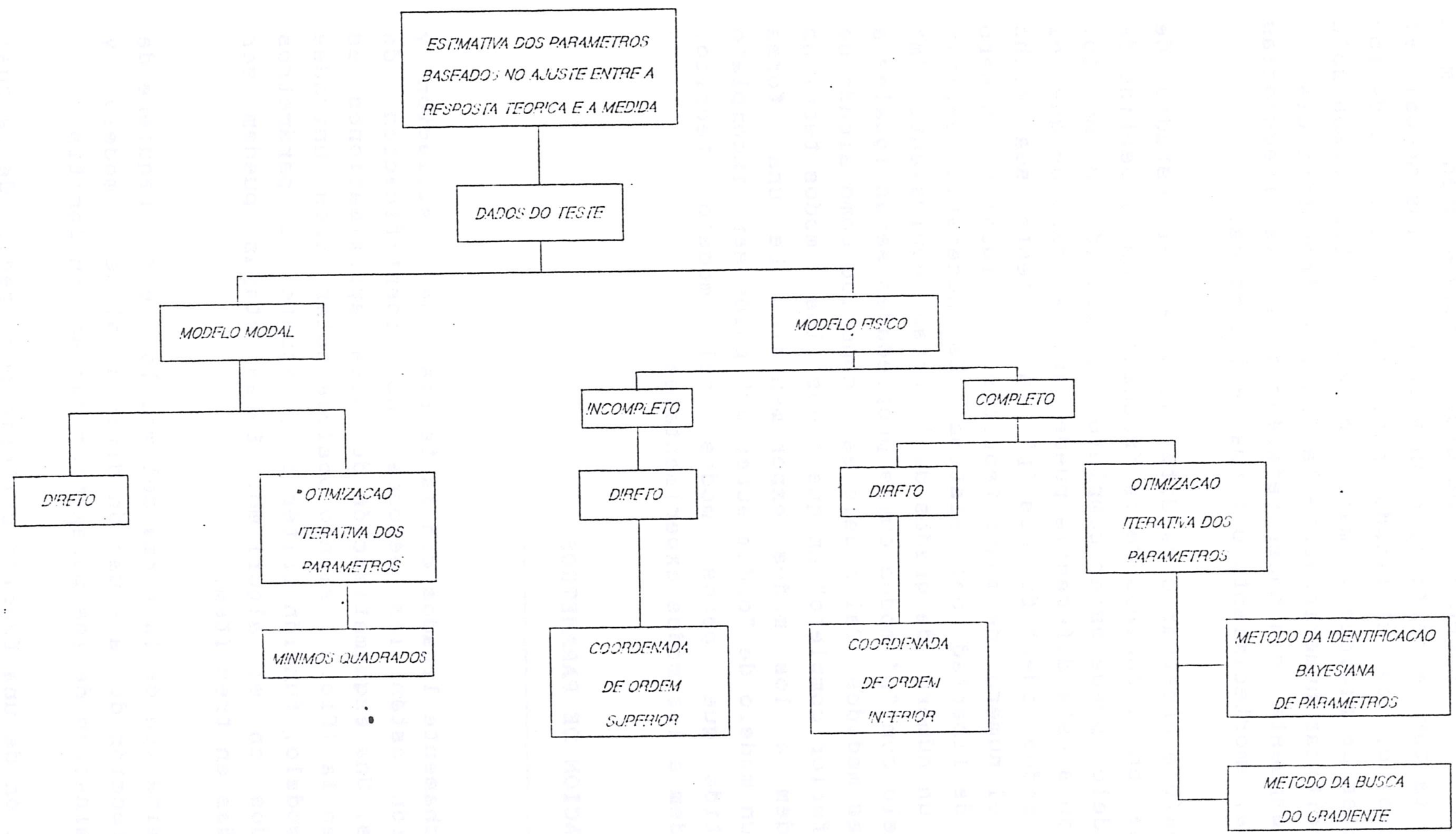

FIGURA 2 ESTIMATIVA DOS PARÂMETROS NO DOMINIO DA FREQUÊNCIA

está relacionado principalmente con la identificación de parámetros (frecuencia natural, amortecimiento, masa efectiva, factor de participación y forma de los modos). El modelo físico, es utilizado para la formulación de los coeficientes de rigidez y masa, o en ciertos casos sólo para especificar numéricamente la función transferéncia o función respuesta, sin hacer referéncia a las frecuencias resonantes, amortecimiento o forma de los modos.

Es posíble observar otra diferencia en el estudio de vibraciones en el domínio de la frecuencia, en el sentido de que el modelo puede estar completo como también incompleto. En relación a esta diferencia puede darse el caso de que el número de modos identificados "p" en el teste, sea mucho menor que el número de modos teóricos "n" (igual al número de grados de libertad del sistema). Es necesário definir entonces, un número de grados de libertad equivalente "m" en el modelo com "p" modos cuyas propiedades serán iguales a los valores medidos. Tal modelo es conocido como siendo de "ordem inferior completo" en que todos los modos teóricos correspondem a los modos experimentales. De una forma general, un modelo de "ordem superior" puede ser incompleto en el sentido que pocos modos del modelo teórico, correspondem a los modos experimentales.

IDENTIFICACION DE PARAMETROS

Estrechamente ligados con la teoria de estimacion y optimización están los métodos de identificación de parámetros. Una esquematización de tales aproximaciones es mostrada en la (Fig.3), siendo posíble notar tres unidades básicas: modelo, función critério y ajuste de parámetros considerados en el algorítmo. Estas etapas puedem ser subdivididas en tres ítem:

1.- Determinación de la forma del modelo, esto requiere de la selección de la ecuación diferencial del modelo y determinación de los parámetros que son incógnitas.

2.- Selección de una función critério por medio de la cual

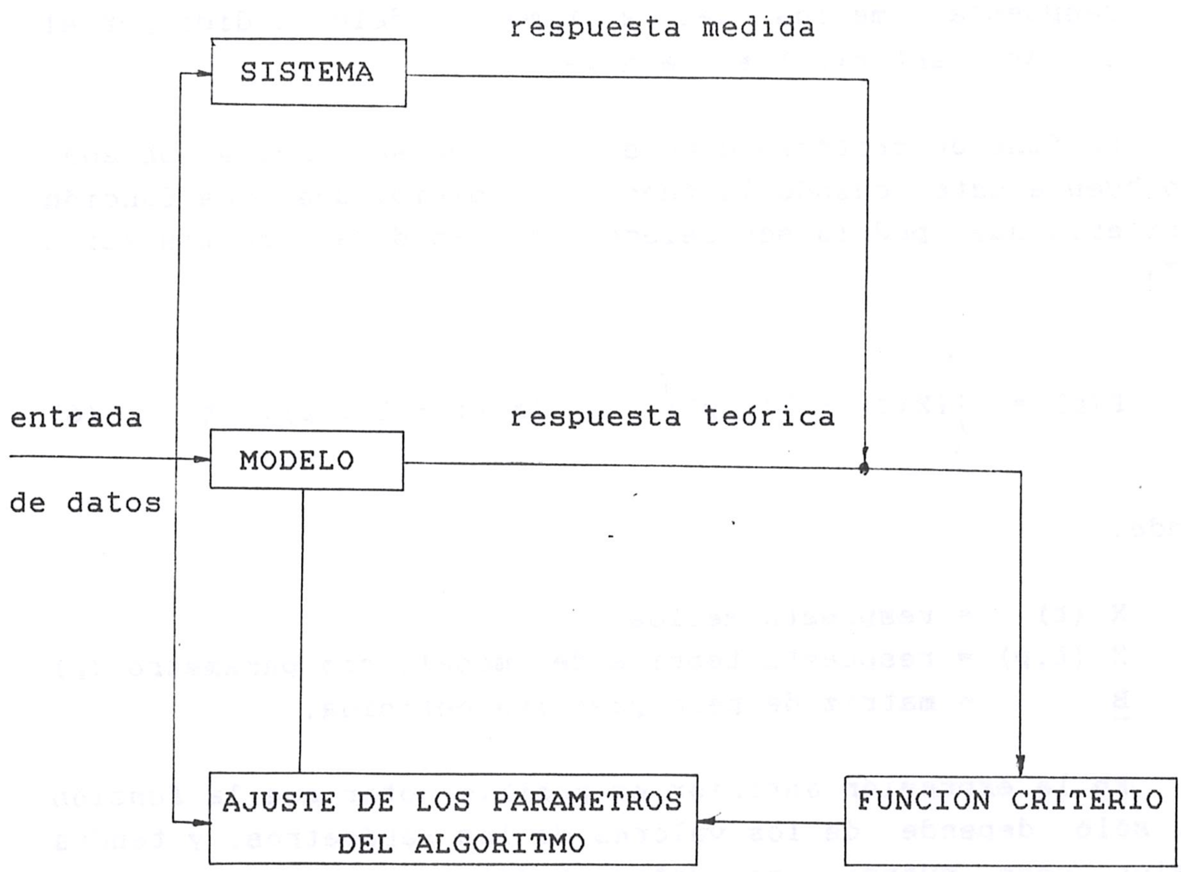

Fig. 3 Filosofía de identificación de parámetros

los errores en el ajuste de la respuesta del modelo, en relación a la respuesta del sistema podrán ser evaluados cuando ambos, modelo y sistema, estén sometidos a comparaciones iniciales.

3.- Selección de un algorítmo o estratégia para el ajuste de los parámetros, de tal forma que la diferencia entre la respuesta medida del sistema y modelo (medido por el critério anterior) sea mínima.

La función critério debe ser tal que se consiga obtener un buen ajuste cuando la función es minimizada. Una función critério que podría ser seleccionada es dada a continuación [7]:

$$F(p) = \int_{t_1}^{t_2} \{X(t) - Z(t,p)\}^T \underset{\sim}{B} \{X(t) - Z(t,p)\}\, dt \qquad (6)$$

onde:

$X(t)$ = respuesta medida

$Z(t,p)$ = respuesta teórica del modelo com parámetro (p)

$\underset{\sim}{B}$ = matriz de peso positiva definida.

En la expresión anterior es posible notar que la función F, sólo depende de los valores de los parámetros, y tendrá valor cero cuando los datos teóricos y experimentales coincidan exatamente. Si los parámetros "p" son variados proporcionalmente para hacer de F(p) tan pequeno como fuera posíble, se puede decir que el modelo definido por estos valores de p es adecuado.

En adición a la función critério de minimización, los parámetros puedem estar sujetos a requerimientos físicos y matemáticos, tal como la ortogonalidad de los autovectores de un sistema lineal. Para otras aplicaciones (modelación de no linealidades), la función puede ser difícil de minimizar analíticamente. En consecuencia deberan ser usados procedimentos iterativos.

AJUSTE DE MODELOS

Fué dicho que para la determinación de las frecuencias naturales de una estructura offshore, es necesário la construción de su modelo matemático, o mas especificamente, es preciso calcular las matrices de rigidez y de masa. Por diversas razones, tales como la no linealidad del suelo, masa hidrodinámica adicional, vida marina, modelación de los condutores, es prácticamente imposible construir un modelo preliminar de la plataforma que estime su comportamiento de forma exata. Por esto, es de fundamental importancia poder determinar de que forma el modelo tendrá que ser modificado, de modo que el cálculo prevea la respuesta de la estructura con la mayor precisión posible. Esto significa que es necesario definir como las matrices de rigidez y de masa deben ser modificadas de forma que la diferencia entre los valores medidos y calculados de las frecuencias naturales sea mínima. Esta alteración es llamada "ajuste matemático".

METODOS DE AJUSTE DE MODELOS

Dentro de los métodos existentes para hacer ajuste de modelos, se encuentra el método de los mínimos quadrados. Una particular extensión de este método , lo constituye el Método de Identificación Bayesiana de Parámetros (MIBP). Este procedimiento es una de las metodologías mas simples entre las diversas técnicas de ajuste existentes, pués, exige un mínimo de datos experimentales. Otra ventaja de este método, es que no necesita conocer la respuesta dinámica de la estructura, que sería extremadamente difícil de calcular, pués, no se sabe exatamente como la estructura es excitada.

El objetivo del MIBP, es hallar un conjunto óptimo de parámetros para que el modelo seleccionado minimise simultáneamente la diferencia entre la respuesta medida con la calculada, y entre los parámetros "a priori" calculados con los parámetros óptimos finales.

La aplicación del MIBP para sistemas com n grados de libertad resulta fácil. No obstante, antes debe considerarse que el número de frecuencias a ser ajustadas (nf) no necesariamente será igual a (n), sino sólo nf < n. De la misma forma, el número de componentes de los autovectores a ser ajustados (nc), puede ser nc < n .

Considerando la simetría de K y M, haciendo $\Delta Krs = \Delta Ksr$; $Pk_{rs} = Pk_{sr}$, $\Delta Mrs = \Delta Msr$, $Pm_{rs} = Pm_{sr}$ y trabajando con las razónes:

$$Xij = Uij \,/\, Uref,j \tag{7}$$

donde Xij son las componentes de los autovectores normalizados en relación a un componente de referéncia del autovector Uj. La utilización de Xij en vez de Uij es conveniente, porque los autovectores son definidos a menos de un factor constante que desaparece quando se usa Xij . Teniendo en consideración lo anteriormente expuesto, la función error queda definida de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} E(k,m) = {} & \sum_{r=1} Pk_{rr}^{2} (\Delta Krr)^{2} + 2 \sum_{s=1} \sum_{r=s+1} Pk_{rs}^{2} (\Delta Krs)^{2} \\ & + \sum_{r=1} Pm_{rr}^{2} (\Delta Mrr)^{2} + 2 \sum_{s=1} \sum_{r=s+1} Pm_{rs}^{2} (\Delta Mrs)^{2} \\ & + \sum_{\alpha=1} P_{\omega}^{2} (\bar{\omega}_{\alpha} - \widehat{\omega}_{\alpha})^{2} + \sum_{\alpha=1} \sum_{\beta=1} {Px_{\beta}^{\alpha}}^{2} (\bar{X}_{\beta}^{\alpha} - \widehat{X}_{\beta}^{\alpha})^{2} \end{aligned} \tag{8}$$

donde:

Pk, Pm, Pω e Px = pesos

k_{rs} = componentes de la matriz de rididez

m_{rs} = componentes de la matriz de masa

r,s = 1.........n

Los valores de ω (α = 1...nf) son las frecuencias naturales y los valores X (α = 1.......nf, β = 1......nc) son las componentes del autovector β.

Para conseguir un buen ajuste, es conveniente linealizar la función error. Esto se consigue haciendo:

$$\omega_\alpha = \bar{\omega}_\alpha + \sum_{r=1} \frac{\partial \omega_\alpha}{\partial Krr} \Delta Krr + \sum_{s=1} \sum_{r=s+1} \left[\frac{\partial \omega_\alpha}{\partial Krs} + \frac{\partial \omega_\alpha}{\partial Ksr} \right] \Delta Krs$$

$$+ \sum_{r=1} \frac{\partial \omega_\alpha}{\partial Mrr} \Delta Mrr + \sum_{s=1} \sum_{r=s+1} \left[\frac{\partial \omega_\alpha}{\partial Mrs} + \frac{\partial \omega_\alpha}{\partial Msr} \right] \Delta Mrs \tag{9}$$

$$X^\alpha_\beta = \bar{X}^\alpha_\beta + \sum_{r=1} \frac{\partial X^\alpha_\beta}{\partial Krr} \Delta Krr + \sum_{s=1} \sum_{r=s+1} \left[\frac{\partial X^\alpha_\beta}{\partial Krs} + \frac{\partial X^\alpha_\beta}{\partial Ksr} \right] \Delta Krs$$

$$+ \sum_{r=1} \frac{\partial X^\alpha_\beta}{\partial Mrr} \Delta Mrr + \sum_{s=1} \sum_{r=s+1} \left[\frac{\partial X^\alpha_\beta}{\partial Mrs} + \frac{\partial X^\alpha_\beta}{\partial Msr} \right] \Delta Mrs \tag{10}$$

La linealización exige el conocimiento de las derivadas de las frecuencias y de los modos en relación a los términos componentes de las matrices de rigidez y de masa (matrices de sensibilidad).

MATRICES DE SENSIBILIDAD

FOX y KAPOOR [8], desenvolvieron expresiones exatas para la razón de variación de los autovalores y autovectores en relación a los parámetros de proyecto de una estructura, indicando que estas derivadas (de primer ordén) pueden ser muy útiles para aproximar el análisis de nuevos proyectos.

En este trabajo seran utilizadas expresiones similares a las encontradas por KAPOOR en [8], siendo que las matrices de sensibilidad fueron deducidas trabajando directamente con un acréscimo en las variábles que constituyen el problema de autovalores.

Considerando dicho acréscimo en las matrices de rigidez, masa, frecuencias y modos naturales de vibración; las variábles del nuevo sistema tendrán la siguiente forma:

$$K' = K + \Delta K$$

$$M' = M + \Delta M$$

$$\omega' = \omega + \Delta\omega$$

$$U' = U + \Delta U \qquad (11)$$

y el problema de autovalores del nuevo sistema queda definido por:

$$(K' - \omega_n'^{2} M') Un' = 0 \qquad (12)$$

RAZON DE VARIACION DE LOS AUTOVALORES

Sustituyendo a ecuación (11) en (12), expandiendo y eliminando los términos de orden superior, se tiene:

$$(K + \omega_n^2 M) \Delta Un + (\Delta K - \omega_n^2 \Delta M) Un - 2\,\omega\, \Delta\omega_n M\, Un = 0 \qquad (13)$$

premultiplicando (13) por Up^T, se tiene:

$$Up^T (K - \omega_n^2 M) \Delta Un + Up^T (\Delta K - \omega_n^2 \Delta M) Un - 2\,\omega\, \Delta\omega_n Up^T M\, Un = 0 \qquad (14)$$

Asumiendo que los vectores Un y Up son normalizados en relación a la matriz M, de forma que satifasga la condición de ortogonalidad, definida por la ecuación:

$$Up^T \; M \; Un \; = \; \delta up \qquad (15)$$

siendo

$$\delta = \text{delta de Kronecker} = \begin{cases} 1 \text{ ,se } p = n \\ 0 \text{ , se } p \neq n, \end{cases}$$

los elementos de K y M son asumidos como funciones regulares en la vecindad de un punto, los autovalores o frecuencias naturales y los autovectores son también funciones regulares en esta vecindad [11].

Considerando el caso en que: $\delta pn = 1$ $(p = n)$, la ecuación (14) queda definida de la siguiente forma:

$$Un^T \; (\Delta K - \omega_n^2 \; \Delta M) Un - 2 \; \omega_n \; \Delta\omega_n = 0 \qquad (16)$$

Derivando la ecuación (16) en relación a Krs y Mrs, se encuentran las sensibilidades de los autovalores definidas por:

$$\frac{\partial \; \omega_n}{\partial \; Krs} = \frac{1}{2\omega_n} \; Urn \; Usn \qquad (17)$$

$$\frac{\partial \; \omega_n}{\partial \; Mrs} = - \; \omega_n^2 \; \frac{\partial \; \omega_n}{\partial \; Krs} \qquad (18)$$

RAZON DE VARIACION DE LOS AUTOVECTORES

Considerando ahora, el caso en que $\delta pn = 0$, $(p \,/\, n)$: por el hecho de que los autovectores forman un conjunto completo de vectores, cualquier n-simo vector puede ser representado como una combinación lineal de ellos y, en particular, se puede expandir el acréscimo como:

$$\Delta Un = \sum_{q} \xi qn\ Uq \tag{19}$$

donde Uq es un autovector.

Sustituyendo la ecuación (19) en la ecuación (14), reordenando y derivando la expresión así obtenida en relación a los elementos componentes de las matrices de rigidez y masa; son halladas las matrices de sensibilidad de los modos que tienen la siguiente forma:

$$\frac{\partial U}{\partial Krs} = \sum_{p} \frac{1}{\omega_n^2 - \omega_p^2}\ Urp\ Usp\ U\ p \tag{20}$$

$$\frac{\partial U}{\partial Mrs} = -\sum_{p} \frac{\omega_n^2}{\omega_n^2 - \omega_p^2}\ Urp\ Usp\ U\ p \tag{21}$$

Debe destacarse que el ajuste del modelo no será hecho directamente en relación a los componentes de los autovectores, sino en relación a las razónes:

$$Xin = Uin/Uref,n$$

entonces, las matrices de sensibilidad son definidas por:

$$\frac{\partial X_{in}}{\partial K_{rs}} = \frac{1}{U_{ref,n}} \left[\frac{\partial U_{in}}{\partial K_{rs}} - X_{in} \frac{\partial U_{ref,n}}{\partial K_{rs}} \right] \qquad (22)$$

$$\frac{\partial X_{in}}{\partial M_{rs}} = - \frac{1}{U_{ref,n}} \left| \frac{\partial U_{in}}{\partial M_{rs}} - X_{in} \frac{\partial U_{ref,n}}{\partial M_{rs}} \right] \qquad (23)$$

Habiendo encontrado las matrices de sensibilidad, el paso siguiente es la mimimización de la función error E(k,m), ecuación (8). Esto se consigue facilmente, derivando la función error en relación a los términos componentes de las matrices de rigidez y de masa respectivamente, e igualando a cero las expresiones así obtenidas. La deducción de tales expresiones formará un sistema de n*(n+1) ecuaciónes con incógnitas ΔK y ΔM [10].

RESULTADOS NUMERICOS E ANALISIS

En esta sección son expuestos los resultados numéricos obtenidos através del programa MIBP, para el caso de una viga engastada en su base, con masa concentrada en su extremo superior, discretizada con 10 grados de libertad.

Dos condiciones fuerón testadas, los resultados obtenidos fuerón plotados y del análisis de ellos son hechas algunas conclusiónes y sugerencias finales.

APLICACION DEL MIBP A UN PROBLEMA COM 10 GRADOS DE LIBERTAD

Los valores iniciales comunes para las siguientes 2 condiciones testadas son los siguientes:

PESOS DE LAS RIGIDECES Pk (I,J) = 1.0 ;   I,J = 1,2......10

PESOS DE LAS MASAS Pm

Pm(I,I) = 1.0

Pm(I,J) = 1000.0 ;   I = 1,2.....10 ; J = I+1,......10

PESO DE LA PRIMERA FRECUENCIA $P\omega$ = 1.0

FRECUENCIAS NATURALES MEDIDAS $\omega 1$ (rad/seg)

7.464424E+01

AUTOVECTORES MEDIDOS Y NORMALIZADOS X1

1.000000E+00 8.518395E-01 7.064191E-01 5.665832E-01
4.352743E-01 3.155336E-01 2.104524E-01 1.123176E-01
5.687996E-02 1.477540E-02

FRECUENCIAS NATURALES CALCULADAS ω2 (rad/seg)

7.768739E+01

AUTOVECTORES CALCULADOS Y NORMALIZADOS X2

1.000000E+00 8.516930E-01 7.061597E-01 5.662630E-01
4.349574E-01 3.152653E-01 2.102595E-01 1.230609E-01
5.682655E-02 1.474030E-02

CONDICION 1-A
____

En esta condición no fuerón consideradas las sensibilidades de los modos.

FUNCION ERROR E(k,m) = 2.964978E+02

VALORES AJUSTADOS (8a. Iteración)

FRECUENCIAS NATURALES ω (rad/seg)

7.464272E+01

AUTOVECTORES NORMALIZADOS X

1.000000E+00 8.518465E-01 7.063928E-01 5.665126E-01
4.351844E-01 3.154490E-01 2.103917E-01 1.231427E-01
5.686603E-02 1.475091E-02

FUNCION ERROR E(k,m) = 9.473071E-05

CONDICION 1- B
____

En esta condición fuerón consideradas las sensibidades de los modos.

PESO DE LOS MODOS Px(I,J) = 1.0 , I = 1,....10 ; J = 1

FUNCION ERROR E(k,m) = 3.178036E+02

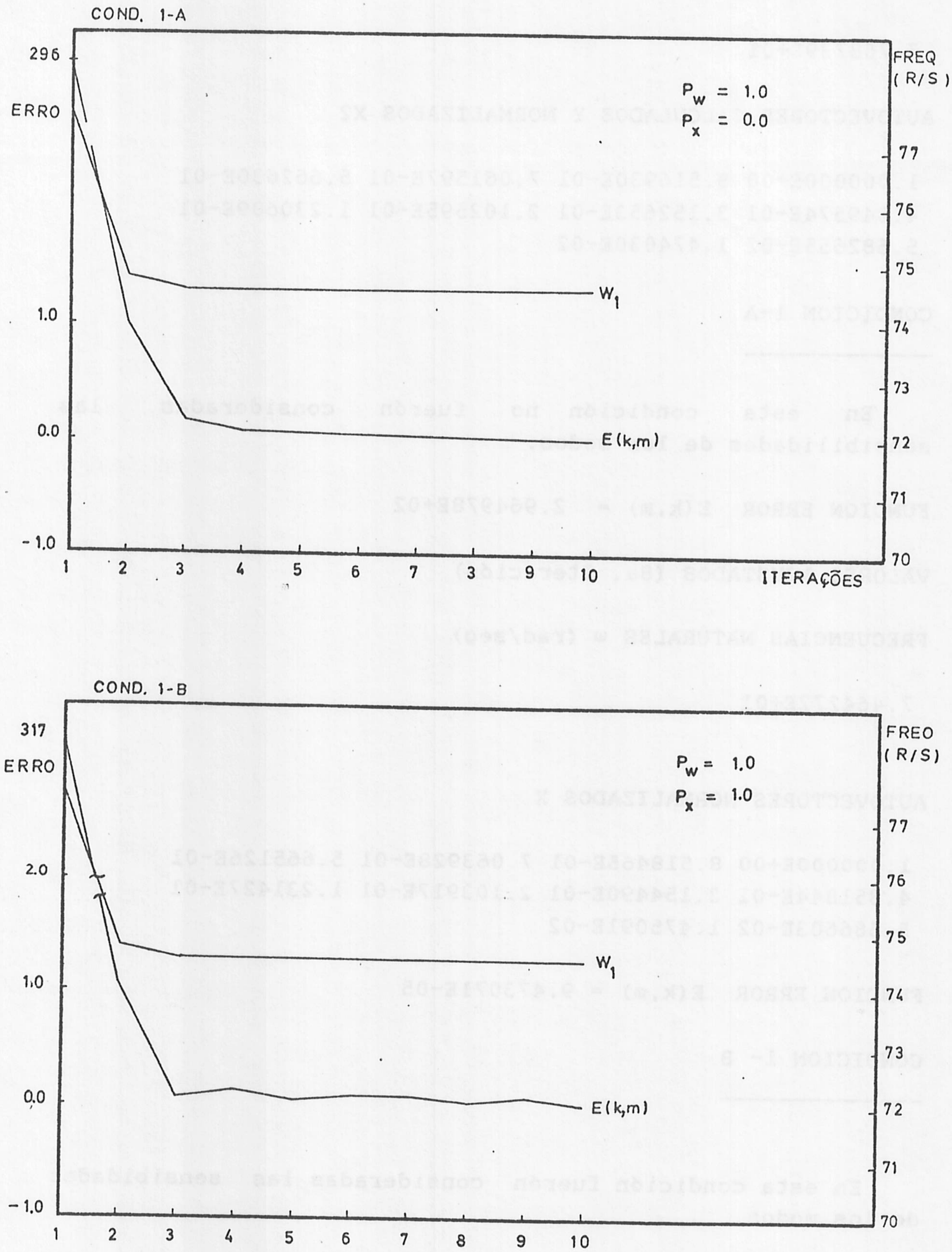

FIGURA 4. MODELO EM SECO 10 G.L.

VALORES AJUSTADOS (8a. Iteración)

FRECUENCIAS NATURALES ω (rad/seg)

7.464235E+01

AUTOVECTORES NORMALIZADOS X2

1.000000E+00 8.518314E-01 7.063659E-01 5.664774E-01
4.351459E-01 3.154126E-01 2.103619E-01 1.231223E-01
5.685538E-02 1.474786E-02

FUNCION ERROR E(k,m) = 1.652013E-04

Los resultados de las dos condiciones analizadas están resumidos en los gráficos de la Fig.4. De la observación de esta figura pueden hacerse los siguientes comentários:

La frecuencia ajustada está muy próxima de la frecuencia medida, siendo que la función error, decrece rapidamente hasta la tercera iteración, para después tender al valor mínimo de forma regular. En las dos condiciones analisadas, el ajuste fué alcanzado en la octava iteración.

La matriz de rigidez permanece inalterada, lo mismo no sucede con la matriz de masa, que se modifica después del ajuste, siendo interesante observar que la principal modificación se produce fuera de la diagonal principal.

CONCLUSIONES E SUGERENCIAS FINALES

El método fué testado para diferentes condiciones, y se vio que los resultados numéricos obtenidos através del método estudiado, presentarón una buena aproximación en el ajuste de la frecuencia natural en todos los casos y condiciones analizadas.

Se vio através de los diversos resultados del programa, que la convergencia de la función error varia fundamentalmente con los valores asumidos de los pesos y de las variábles en cuestión.

En el caso del ejemplo con 10 grados de libertad, y como el ajuste sólo haber sido hecho para la primera frecuencia natural, la función error tuvo un comportamiento regular y el ajuste fue óptimo. Aunque el algoritmo tenga dado buenos resultados para los ejemplos estudiados, el método esta siendo perfeccionado con el objetivo de hacer de esta metodologia una herramienta útil de apoyo a la ingeniería y al desarroyo de futuras investigaciones.

APLICACION DEL MIBP A ESTRUTURAS COMPLEJAS.

En la prática, es común trabajar com sistemas estructurales de gran complejidad y la aplicación del MIBP, de la forma como fué expuesta en este trabajo, tornó excessivo el trabajo computacional, por lo que se hizo necesário introduzir una série de modificaciones y simplificaciones como las sugeridas a continuación:

1.- Ajuste de um número reducido de frecuencias y modos de vibración.

En una estructura, como es el caso de plataformas offshore, las frecuencias y modos de interes, son normalmente de baja orden. Así, el ajuste fué hecho considerando sólo las frecuencias y modos fundamentales. En el caso del modelo estudiado, fué ajustado sólo la primera frecuencia.

2.- Conservación de la matriz de banda de rigidez y de masa.

Otra forma de reducir el número de ecuaciones, fué imponer que las matrices de rigidez y de masa conserven la misma banda después del ajuste. Fisicamente isto significa que el ajuste no impone ligaciones fictícias entre dos grados de libertad que no tienen una conección directa entre sí (un elemento finito). En este caso, si B es el ancho de la semi-banda de K (el ancho de la banda será 2*B + 1), y el número de ecuaciones a ser resueltas será n*(B + 2). En el caso de la matriz de masa, se puede permitir que mude su caraterística de diagonal, pero observando el problema de las conecciones ficticias.

3.- Número reducido de grados de libertad.

Las frecuencias fundamentales de una plataforma no son igualmente sensíbles a las variaciones de rigidez y de masa en todos los puntos de la estructura. Por ejemplo, un aumento de masa en la cubierta provoca una reducción mucho mayor en las frecuencias fundamentales que si el aumento hubiese sido hecho en las mesas inferiores de la jaqueta. El aumento de rigidez tiene efecto contrário. Entonces, para fines de aplicación, no es necesário que el modelo matemático describa, con la misma precisión todas las partes de la estructura, pués el modelo preliminar ya tiene precisión suficiente. Así, el ajuste puede ser hecho solo para los grados de libertad seleccionados. Formalmente esto equivale a albitrar pesos infinitos para los parámetros de los grados de libertad dejados sin ajuste.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

[1] - SARGHAMEE, M.S. "Optimun Frequency of Structures". AIAA Journal pp. 749-750, April 1968.

[2] - RUBIN, Charles P, "Minimun Weight Design of Complex Structures Subject to a Frequency Constrant", AIAA Journal, Vol.8, No.5, pp. 923 -927. May 1970.

[3] - SANDSTROM.R. E.,"Modal Perturbation Method for Marine Estrutures", S.N.A.M.E. Transaction, Vol. 90, pp. 41-54, 1982.

[4] - MEIROVITCH. L., "Analytical Methods in Vibrations", The Macmillan Company, New York, 1967.

[5] - MEIROVITCH. L., "Element of Vibration Analysis", by McGraw Hill, 1975.

[6] - BATHE and WILSON.,"Numerical Methods in Finite Element Analysis",Prentice-Hall,Inc, New Jersey.,1976

[7] - IBANES. P., "Identification of Dynamic Parameter of Linear and Non-Linear Structural Models from Experimental Data", Nuclear Engineering and Design., pp. 30-41, 25(1973)

[8] - FOX, R. L and KAPOOR. M. P., "Rates of Changes of Eigenvalues and Eigenvectors", AIAA Journal, Vol.6, No. 12, pp 2426-2429, Dezember 1968.

[9] - CURTIS. J .H and BERMITAS. M, "Dynamic Redesign of Marine Structures", Journal Ship Research Vol. 29, No. 4, pp. 285 - 295, December 1985.

[10] - URIBE .F.A, "Ajuste de Parâmetros para o Cálculo de Frequências em Estruturas Oceânicas"., Tese de mestrado COPPE/UFRJ, Outubro de 1988.

[11] - IBANES. P. "Review of Analytical and Experimental Techniques for Improving Structural Dynamics Model". Wed. Res. Counc. Bull. 249, January 1979.