

KAMAL A.R. ISMAIL
CHANG-YU LIU
ADERBAL S. STUCHI

918

HIDROFÓLIOS DIÉDRICOS: TEORIA E CÁLCULOS
NUMÉRICOS

Pi 217

VI CONGRESO PANAMERICANO DE INGENIERIA NAVAL, TRANSPORTE
MARITIMO E INGENIERIA PORTUARIA

Veracruz y Cd. de México, 16 al 22 de Septiembre de 1979

DIHEDRAL HYDROFOILS; THEORY AND NUMERICAL CALCULATIONS

by

Kamal A. R. Ismail, Chang Y. Liu e Aderbal S. Stuchi

ABSTRACT

Applications of the refined lifting line technique to the calculation of dihedral hydrofoils. A three dimensional theory for a dihedral hydrofoil is developed. The theory is valid for steady state operating conditions under arbitrary Froude number and depth of submergence. For numerical computation the hydrofoil is replaced by a linear distribution of singularity and a refined lifting technique is adopted and a computer programme is written, tested and optimized. Calculations of the hydrodynamic forces and loading coefficients are done under various operating conditions.

RESUMO

Uma teoria tridimensional para hidrofólio diédrico é desenvolvida. A teoria é válida para condições de operações fixas sob um número de Froude arbitrário e uma profundidade. Para computação numérica, o hidrofólio é tomado como uma distribuição linear de singularidade e uma refinada técnica de sustentação é adotada e um programa de computador é escrito, testado e otimizado. Cálculos de forças hidrodinâmicas e coeficientes de carga são feitos sob várias condições de operação.

1. INTRODUÇÃO

O problema do hidrofólio diédrico próximo à superfície livre é de extrema importância, não somente do ponto de vista acadêmico, mas também devido à sua imediata utilidade e aplicação no campo da hidrodinâmica. Este estudo tem inúmeras aplicações, no projeto de leme para barcos a vela e navios, suportes de sistemas de hidrofólios, fólios ligando hidrofólios ao casco de barcos, problemas de interferência em túneis aerodinâmicos e tanques de prova, aletas estabilizadoras de navios de alta velocidade e de corpos operando abaixo da superfície da água.

A teoria que desenvolvemos para hidrofólio diédrico proporciona um modelo interessante para o casco de navios e de barcos a vela. Os cascos de barcos a vela, usualmente são projetos empiricamente ou baseados na experiência com barcos anteriormente projetados. Portanto, usando a teoria tri-dimensional linearizada e uma técnica da superfície de sustentação completa, as forças sobre cascos podem ser determinadas se substituirmos os mesmos por uma placa plana de pequeno aspect ratio e pequeno ângulo de ataque.

Entre os primeiros trabalhos, cuja teoria apresenta um tratamento adequado das condições de operação de fólios próximo à superfície livre, destacamos os de Wu, onde é desenvolvida uma teoria tri-dimensional linearizada para hidrofólio horizontal de alto aspect ratio, isto é, usando a teoria da linha de sustentação de Prandtl.

Relativamente a hidrofólio diédrico, a literatura nos apresenta o trabalho de T. Nishiyama [6], onde é desenvolvida uma teoria tri-dimensional linearizada, usando o método da linha de sustentação de Prandtl. Analisando este trabalho, nota-se a necessidade de uma nova teoria tri-dimensional para hidrofólio diédrico que seja válida para médios e altos aspect ratio, e que apresente resultados para vários ângulos diédricos, número de Froude e profundidade de submergência.

Neste estudo, apresentamos uma teoria tri-dimensional linearizada para hidrofólio diédrico de médio e alto aspect ratio, operando a número de Froude, profundidade e ângulo diédrico, arbi-

trários. Para obter as características hidrodinâmicas, formulamos o problema, que consiste em determinar a equação do potencial de velocidade que satisfaça as diversas condições de contorno e equação de Laplace. A seguir, realizamos simplificações da equação do potencial de velocidade, determinamos a equação do ângulo de ataque induzido, realizamos sua adimensionalização, tratamos do método numérico e considerações sobre o cálculo.

2. DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO DO POTENCIAL DE VELOCIDADE

Consideramos um hidrofólio de envergadura s com perfil e forma plana arbitrária, movendo-se com velocidade constante \underline{U} imerso na água a profundidade h , medida da extremidade superior da envergadura à superfície livre não perturbada.

Escolhendo o sistema de coordenadas fixo ao hidrofólio teremos fluxo permanente aproximando-se do mesmo com velocidade U . Tomaremos o eixo x paralelo e com mesma orientação do fluxo uniforme, eixo z orientado para cima, onde $z=0$ representa a superfície livre não perturbada como mostra a figura 1.

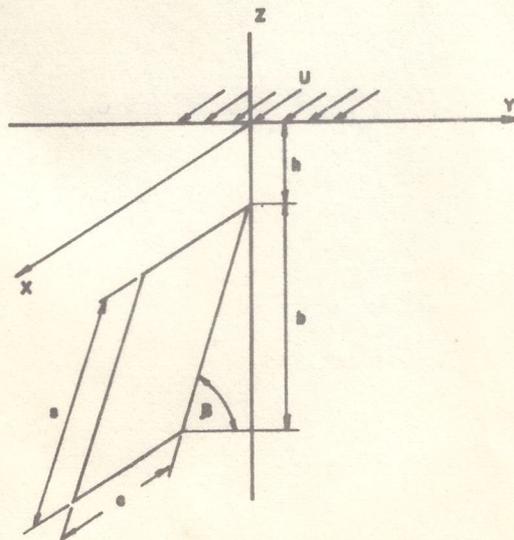


FIG.(1) ESQUEMA DO SISTEMA DE COORDENADAS PARA MOVIMENTO DO FOLIO.

Fig. 1. Esquema do sistema de coordenadas para movimento do folio.

Considerando-se que o meio é inviscido, incompressível e que o hidrofólio opera em regime permanente, a equação do potencial de velocidade deverá satisfazer as seguintes condições:

$$a) \nabla^2 \phi = 0$$

$$b) \frac{\delta^2 \phi}{\delta x^2} + K_0 \frac{\delta \phi}{\delta} = 0 \quad \text{em } z = 0$$

$$c) \text{grad } \phi \rightarrow 0 \quad \text{quando } z \rightarrow -\infty$$

$$d) \frac{\delta \phi}{\delta n} (n^+) = \frac{\delta \phi}{\delta n} (n^-) \quad \text{onde } n^+ \text{ e } n^- \text{ dizem respeito aos dois lados da superfície do fôlio, sendo } n \text{ a normal.}$$

$$e) \eta = -\frac{U}{g} \left(\frac{\delta \phi}{\delta} \right)_{z=0} \rightarrow 0 \quad \text{quando } x \rightarrow -\infty$$

Considerando a descontinuidade da velocidade tangencial sobre o fôlio, substituiremos a forma plana do mesmo por uma distribuição de "doublet" de intensidade $\nabla \phi$ por unidade de área.

O potencial para uma distribuição de "doublet" em um escoamento infinito é:

$$\phi_1 = -\frac{1}{4\pi} \int_s \Delta \phi \frac{\delta \left(\frac{1}{R} \right)}{\delta n} ds \quad (1)$$

onde n é a normal a superfície do fôlio, sendo s a superfície e o "wake" correspondente, e $R = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z+z')^2}$.

Usando a forma integral de Fourier-Bessel, podemos escrever:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \exp \left[-k|z+z'| \right] e^{ik\bar{w}} d\theta dk \quad (2)$$

sendo $\bar{w} = (x-x') \cos \theta + (y-y') \sin \theta$ e $\theta = \text{arc tg} \left(\frac{y-y'}{x-x'} \right)$.

Substituindo na equação (1), obtemos:

$$\phi_1 = -\frac{i}{4\pi^2} \int_s \int_0^\infty \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \Delta \phi (m \sin \theta + i n \frac{z+z'}{|z+z'|}) k \exp \left[k(-|z+z'| + i\bar{w}) \right] d\theta dk ds \quad (3)$$

que representa o termo da equação do potencial de velocidade sem a presença da superfície livre, onde m e n são os cossenos diretores da normal a superfície relativo aos eixos y e z respectivamente.

Para a região $0 > z > -z$ procuraremos um potencial adicional que represente a presença da superfície livre, satisfazendo todas as condições enumeradas anteriormente.

Admitindo

$$\begin{aligned} \phi = & \frac{1}{4\pi^2} \int_0^\infty \int_0^\pi \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \Delta\phi(m\text{sen}\theta + in) k \exp\left[k(-(z+z') + i\tilde{w})\right] d\theta dk ds \\ & + \int_0^\infty \int_0^\pi \int_{-\pi/2}^{\pi/2} A^*(k, \theta) \exp\left[k(z+i\tilde{w})\right] d\theta dk ds \end{aligned} \quad (4)$$

e impondo a condição de contorno da superfície livre, condição (b), obtemos:

$$A^*(k, \theta) = \frac{i}{4\pi^2} \Delta\phi(m\text{sen}\theta + in) \left(1 + \frac{2k_0}{k\cos^2\theta - k_0}\right) \exp(-kz') \quad (5)$$

que substituindo na equação (4), nos fornece:

$$\begin{aligned} \phi = & -\frac{i}{4\pi^2} \int_0^\infty \int_0^\pi \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \Delta\phi(m\text{sen}\theta + in) k \exp\left[k(-(z+z') + i\tilde{w})\right] d\theta dk ds \\ & + \frac{i}{4\pi^2} \int_0^\infty \int_0^\pi \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \Delta\phi(m\text{sen}\theta + in) k \exp\left[k((z-z') + i\tilde{w})\right] d\theta dk ds \\ & + \frac{ik_0}{2\pi^2} \int_0^\infty \int_0^\pi \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \Delta\phi(m\text{sen}\theta + in) \frac{k\sec^2\theta}{k - k_0\sec^2\theta} \exp\left[k((z-z') + i\tilde{w})\right] d\theta dk ds \end{aligned} \quad (6)$$

Outra condição de contorno que a equação do potencial de velocidade deve satisfazer é a condição c, isto é, quando $z \rightarrow -\infty$, $\phi \rightarrow 0$ (ou $\text{grãd}\phi$). Para que o potencial satisfaça esta condição e seja válido em todo campo do fluxo, devemos escrever:

$$\begin{aligned}
\phi = & - \frac{i}{4\pi^2} \int_0^\infty \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_s \Delta\phi (m\text{sen}\theta + in) \frac{z+z'}{|z+z'|} k \exp \left[k(-|z+z'| + i\tilde{w}) \right] d\theta dk ds \\
& + \frac{i}{4\pi^2} \int_0^\infty \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_s \Delta\phi (m\text{sen}\theta + in) k \exp \left[k((z-z') + i\tilde{w}) \right] d\theta dk ds \\
& + \frac{ik_0}{2\pi^2} \int_0^\infty \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_s \Delta\phi (m\text{sen}\theta + in) \frac{k \sec^2 \theta}{k - k_0 \sec^2 \theta} \exp \left[k((z-z') + i\tilde{w}) \right] d\theta dk ds
\end{aligned} \tag{7}$$

A equação (7) satisfaz todas as condições de contorno, exceto a condição de radiação. Para satisfazer esta condição, adicionaremos um termo de onda livre, que satisfaça as condições satisfeitas pela equação (7). Assim, foi calculada a elevação das ondas da superfície a partir da equação (7) usando a equação $\eta = -\frac{U}{g} \left(\frac{\delta\phi}{\delta x} \right)_{z=0}$, que tomando a parte real e mudando os limites de integração, foi achada a elevação da onda na frente e atrás do hidrofólio. As duas expressões são idênticas e ímpares. A equação de elevação de onda livre foi escolhida de tal maneira, que cancela a elevação da onda na frente do hidrofólio e duplica este valor atrás do hidrofólio. A equação final do () foi usada para calcular o potencial de velocidade de onda livre, que, quando somado à equação (7), dará o potencial de velocidade completo que satisfaz todas as condições de contorno. Esta equação é dada como:

$$\begin{aligned}
\phi = & \frac{1}{4\pi} \int_s \Delta\phi \left[m(y-y') + n(z+z') \right] \frac{1}{R^3} ds - \frac{1}{4\pi} \int_s \Delta\phi \left[m(y-y') + n(z-z') \right] \frac{1}{R^{*3}} ds \\
& - \frac{k_0}{2\pi^2} \int_0^\infty \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_s \Delta\phi m \text{sen}\theta \sec^2 \theta \cos \left[k(x-x') \cos\theta \right] \text{sen} \left[k(y-y') \text{sen}\theta \right] \cdot \\
& \cdot \frac{k \exp |k(z-z')|}{k - k_0 \sec^2 \theta} d\theta dk ds \\
& - \frac{k_0}{2\pi^2} \int_0^\infty \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_s \Delta\phi n \sec^2 \theta \cos \left[k(x-x') \cos\theta \right] \cos \left[k(y-y') \text{sen}\theta \right] \cdot \\
& \cdot \frac{k \exp |k(z-z')|}{k - k_0 \sec^2 \theta} d\theta dk ds
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{k_0^2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \Delta\phi \, m \sec^4 \theta \, \text{sen} \left[k_0 (x-x') \sec \theta \right] \text{sen} \left[k_0 (y-y') \text{sen} \theta \sec^2 \theta \right] \cdot \\
& \cdot \exp \left[k_0 \sec^2 \theta (z-z') \right] d\theta ds \\
& + \frac{k_0^2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \Delta\phi \, n \sec^4 \theta \, \text{sen} \left[k_0 (x-x') \text{sen} \theta \right] \cos \left[k_0 (y-y') \text{sen} \theta \sec^2 \theta \right] \cdot \\
& \cdot \exp \left[k_0 \sec^2 \theta (z-z') \right] d\theta ds \tag{8}
\end{aligned}$$

onde $R = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}$

$$R^* = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}$$

e $k_0 = g/U^2$

A equação do potencial de velocidade apresenta-nos dois casos limites de grande interesse, isto é, número de Froude infinito e zero. Quando $k_0=0$ ou $F=\infty$, a equação resulta em:

$$\phi = \frac{1}{4\pi} \int \Delta\phi \left[m(y-y') + n(z-z') \right] \frac{1}{R^3} ds - \frac{1}{4\pi} \int \Delta\phi \left[m(y-y') + n(z-z') \right] \frac{1}{R^{*3}} ds$$

Este resultado representa o aerofólio e mais uma imagem simétrica, o que corresponde a um contorno livre.

A condição de contorno sólido pode ser obtido, quando $k_0=\infty$ ou $F=0$, resultando no aerofólio original e mais uma imagem:

$$\phi = \frac{1}{4\pi} \int \Delta\phi \left[m(y-y') + n(z-z') \right] \frac{1}{R^3} ds + \frac{1}{4\pi} \int \Delta\phi \left[m(y-y') + n(z-z') \right] \frac{1}{R^{*3}} ds$$

Como visto anteriormente, a equação (8) representa o potencial de velocidade para um fôlio operando abaixo da superfície livre, onde o primeiro termo é o potencial para um fôlio num escoamento infinito e o segundo é o potencial da imagem simétrica do fôlio relativamente à superfície livre. Os demais termos da equação

(8), resultaram da condição de contorno da superfície livre e da condição de radiação, sendo que o terceiro e quarto termos, juntamente com o segundo, representam as condições cinemática e dinâmica da superfície livre. O quinto e sexto, são os termos de onda livre, sendo que cancelam a elevação de ondas na frente do fôlio e duplicam a elevação atrás.

Lembrando que $\Delta\phi$ na borda de ataque é nulo e na esteira é constante e igual ao valor na borda de fuga, isto é,

$$\Delta\phi(x', t) = \int_0^{x'} \frac{\delta\Delta\phi}{\delta x'} dx'$$

$$\Delta\phi(x'=0) = 0$$

a equação de potencial de velocidade, após várias operações matemáticas, tomará esta forma:

$$\begin{aligned} \phi = & \frac{1}{4\pi} \int_0^{x'} \int_0^t \int_h^{(h+b)} \frac{\delta\Delta\phi}{\delta x'} \left[1 + \frac{x-x'}{R} \right] \frac{(y-y') - (z+z') \operatorname{ctg}\beta}{(y-y')^2 + (z+z')^2} dz' dx' \\ & - \frac{1}{4\pi} \int_0^{x'} \int_0^t \int_h^{(h+b)} \frac{\delta\Delta\phi}{\delta x'} \left[1 + \frac{x-x'}{R^*} \right] \frac{(y-y') - (z-z') \operatorname{ctg}\beta}{(y-y')^2 + (z-z')^2} dz' dx' \\ & - \frac{1}{4\pi} \int_0^{x'} \int_0^t \int_h^{(h+b)} \int_0^{k_0} \frac{\delta\Delta\phi}{\delta x'} \left[1 + \operatorname{sen} \left[k(x-x') R_1 \right] \right] \operatorname{senh} \left[k(y-y') R_2 \right] \exp \left[k(z-z') \right] dk dz' dx' \\ & + \frac{\operatorname{ctg}\beta}{2\pi} \int_0^{x'} \int_0^t \int_h^{(h+b)} \int_0^{k_0} \frac{\delta\Delta\phi}{\delta x'} \frac{C(k_0/k)}{A(k_0/k)} \left[1 + \operatorname{sen} \left[k(x-x') R_1 \right] \right] \cosh \left[k(y-y') R_2 \right] \exp \left[k(z-z') \right] dk dz' dx' \\ & + \frac{k_0}{\pi} \int_0^{x'} \int_0^t \int_h^{(h+b)} \int_0^{\pi/2} \frac{\delta\Delta\phi}{\delta x'} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sec}^3\theta \left[1 - \cos \left[k_0(x-x') \operatorname{sec}\theta \right] \right] \operatorname{sen} \left[k_0(y-y') \operatorname{sen}\theta \operatorname{sec}^2\theta \right] \exp \left[k_0(z-z') \operatorname{sec}^2\theta \right] d\theta dz' dx' \end{aligned}$$

$$- \frac{k_0 \text{ctg} \beta}{\pi} \int_0^{x'} \int_0^{(h+b)} \int_0^{\pi/2} \frac{\delta \Delta \phi}{\delta x'} \sec^3 \theta \left[1 - \cos \left[k_0 (x-x') \sec \theta \right] \right] \cos \left[k_0 (y-y') \text{sen} \theta \sec^2 \theta \right] \exp \left[k_0 (z-z') \sec^2 \theta \right] d\theta dz' dx' \quad (9)$$

onde $R = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z+z')^2}$

$$R^* = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}$$

$$y' = (-z'+h) \text{ctg} \beta$$

$$C(k_0/k) = \sqrt{\left(1 - \frac{2k_0}{k}\right) - \sqrt{\left(1 - \frac{2k_0}{k}\right)^2 - 1}}$$

$$A(k_0/k) = 2 - \frac{2k_0}{k} + \sqrt{\left(1 - \frac{2k_0}{k}\right)^2 - 1}$$

$$R_1 = \frac{2 - (A(k_0/k))}{2C(k_0/k)}$$

$$R_2 = \frac{A(k_0/k)}{2C(k_0/k)}$$

$$P(k_0/k) = \frac{A(k_0/k)}{C(k_0/k) \sqrt{\left(1 - \frac{2k_0}{k}\right)^2 - 1}}$$

(10)

3. ANGULO DE ATAQUE INDUZIDO

Com a equação do potencial de velocidade, equação (9), obtemos a velocidade induzida,

$$V_n = \frac{\delta \phi}{\delta y} \text{sen} \beta - \frac{\delta \phi}{\delta z} \text{cos} \beta \quad (11)$$

e o ângulo de ataque induzido é

$$\alpha_i = V_n/U$$

que somada vetorialmente com a velocidade do fluxo livre, nos dará a velocidade efetiva do mesmo relativamente ao fôlio.

Para facilitar os cálculos, fazemos as seguintes mudanças de variáveis,

$$z' = t' \text{sen} \beta + h$$

$$z = -t \text{sen} \beta - h$$

$$y' = -t' \text{cos} \beta$$

$$y = -t \text{cos} \beta$$

$$dz' = dt' \text{sen} \beta$$

As variáveis x , x' e t , t' foram adimensionalizadas respectivamente a corda c e a envergadura s , isto é,

$$x = \bar{x}c$$

$$x' = \bar{x}'c$$

$$t = \frac{s}{2} (1 - \text{cos} \alpha)$$

$$t' = \frac{s}{2} (1 - \text{cos} \alpha_0)$$

Assumindo para a distribuição de circulação, a série de Fourier

$$\Gamma(\alpha_0) = 2Us \sum_{m=1}^{\infty} A_m \text{sen}(m\alpha_0) \quad (12)$$

onde m número de pontos de controle e A_m incógnitas, podemos escrever a equação final do ângulo de ataque,

$$\begin{aligned}
\alpha_i = & \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} A_m m \cos(m\alpha_0) \left[1 + \sqrt{1 + AR^2 (\cos\alpha - \cos\alpha_0)^2} \right] \frac{1}{\cos\alpha - \cos\alpha_0} d\alpha_0 \\
& + \frac{AR^2}{\pi} \int_0^{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} A_m \sin(m\alpha_0) \frac{H(\alpha_0)}{R^{*3} [G(\alpha, \alpha_0)]} \sin\alpha_0 d\alpha_0 \\
& - \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} A_m \sin(m\alpha_0) \left[1 + \frac{1}{R^*} \right] \left[\frac{1}{G(\alpha, \alpha_0)} - \frac{2H(\alpha_0)}{G(\alpha, \alpha_0)} \right] \sin\alpha_0 d\alpha_0 \\
& - \frac{\sin(2\beta)}{2\pi F^4} \int_0^{\pi} \int_0^{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} A_m \sin(m\alpha_0) \left[1 + \sin \left[\frac{kR_1}{2F^2 AR} \right] \right] \sinh \left[\frac{k}{2F^2} \cos\beta (\cos\alpha - \cos\alpha_0) R_2 \right] \\
& \quad \cdot k \exp \left[- \frac{k}{2F} 1(\alpha, \alpha_0) \right] \sin\alpha_0 dk d\alpha_0 \\
& + \frac{1}{\pi F^4} \int_0^{\pi} \int_0^{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} A_m \sin(m\alpha_0) \left[\frac{P}{2} \sin^2\beta + \frac{C(1/k)}{A(1/k)} \cos^2\beta \right] \left[1 + \sin \left[\frac{kR_1}{2F^2 AR} \right] \right] \\
& \quad \cdot \cosh \left[\frac{k}{2F} \cos\beta (\cos\alpha - \cos\alpha_0) R_2 \right] k \exp \left[- \frac{k}{2F^2} 1(\alpha, \alpha_0) \right] \sin\alpha_0 dk d\alpha_0 \\
& - \frac{1}{\pi F^4} \int_0^{\pi} \int_0^{\pi/2} \sum_{m=1}^{\infty} A_m \sin(m\alpha_0) \left[\sin^2\theta \sin^2\beta + \cos^2\beta \right] \sec^5\theta \left[1 - \cos \left[\frac{e\theta}{2F^2 AR} \right] \right] \\
& \quad \cdot \cos \left[\frac{(\cos\alpha - \cos\alpha_0)}{2F^2} \cos\beta \sin\theta \sec^2\theta \right] \exp \left[- \frac{\sec^2\theta}{2F^2} 1(\alpha, \alpha_0) \right] \cdot \sin\alpha_0 d\theta d\alpha_0
\end{aligned} \tag{13}$$

onde,

$$H(\alpha_0) = \left[(1 - \cos\alpha_0) \sin(2\beta) + 4\bar{h} \cos\beta \right]^2$$

$$G(\alpha, \alpha_0) = (1 - \cos\alpha_0)^2 + (1 - \cos\alpha)^2 - 2(1 - \cos\alpha)(1 - \cos\alpha_0) \cos(2\beta) +$$

$$+ 8\bar{h}(2 - \cos\alpha - \cos\alpha_0) \sin\beta + 16\bar{h}^2$$

$$R^* = \sqrt{(\bar{x} - \bar{x}')^2 + \frac{AR^2}{4} G(\alpha, \alpha_0)}$$

$$C(1/k) = \sqrt{\frac{2}{k} - 1} - \sqrt{\frac{2}{k} - 1}^2 - 1$$

$$A(1/\bar{k}) = 2 - \frac{2}{\bar{k}} + \sqrt{\left(\frac{2}{\bar{k}} - 1\right)^2 - 1}$$

$$R_1 = \frac{2-A(1/\bar{k})}{2C(1/\bar{k})}$$

$$R_2 = \frac{A(1/\bar{k})}{2C(1/\bar{k})}$$

$$l(\alpha, \alpha_0) = 4\bar{h} + (2 - \cos\alpha - \cos\alpha_0) \sin\beta$$

$$AR = \frac{S}{C}$$

$$F = \frac{U}{\sqrt{gs}} = \frac{1}{\sqrt{k_0 s}}$$

4. MÉTODO NUMÉRICO

Desde que não existe solução analítica para este problema, é tentada uma solução numérica. Para a solução numérica, poderíamos adotar o método da linha de sustentação de Prandtl, no qual a equação do ângulo de ataque induzido seria simplificada, considerando alto aspect ratio, implicando basicamente em substituir o fólio por uma distribuição de vórtices ao longo da envergadura. Desse modo, cada secção do fólio seria tratada pela teoria bidimensional, onde o ângulo de ataque geométrico é substituído pelo ângulo de ataque efetivo devido à contribuição do campo de velocidades induzidas. Este método traria grandes simplificações da equação do ângulo de ataque induzido, tornando o cálculo numérico bastante simples, contudo, para baixo aspect ratio e pequeno número de Froude tem-se verificado que sua precisão não é adequada.

Uma melhor representação do fólio seria o método da superfície de sustentação, onde basicamente este é substituído por uma distribuição de vórtices ao longo da corda e da envergadura. Este método não traz grandes simplificações, o que significa maior tempo de computação do que o método da linha de sustentação de Prandtl.

Com o intuito de termos menor tempo de computação que o exigido no método da superfície de sustentação, e melhor representação das condições de operação para o fôlio, que a apresentada pelo método da linha de sustentação de Prandtl, adotamos o método da linha de sustentação refinada ou método da superfície de sustentação incompleta. Onde na equação do α fazemos $\bar{x}=3/4$ e $\bar{x}'=1/4$, o que significa substituir o fôlio por uma distribuição de singularidades ao longo da envergadura, a um quarto de corda da borda de ataque, e impor que a inclinação das linhas de corrente a três quartos de corda da borda de ataque seja igual a do fôlio.

5. DISCUSSÕES

5.1. Efeito da variação do número de Froude

A influência do número de Froude sobre a sustentação pode ser analisada, considerando dois casos típicos: hidrofólios verticais e próximos da vertical, e hidrofólios horizontais e próximos da horizontal. No primeiro caso, Figura (2), a medida que se aumenta o número de Froude, a sustentação atinge um ponto máximo, diminuindo em seguida, enquanto que no segundo caso, Figura (3), quando o número de Froude varia de 0.0 a 0.6, a sustentação total tem um valor mínimo e a seguir um máximo. Estes resultados podem ser explicados como consequência do sistema físico de imagem, representado pela equação (8), onde o primeiro e segundo termos podem ser representados respectivamente pelo sistema de vórtices representativo do fôlio original e sua imagem simétrica na superfície livre, enquanto os demais termos da equação (8) podem ser representados pela distribuição de vórtices sobre a superfície livre. Assim, quando temos número de Froude infinito, o sistema de imagem reduz-se ao sistema de vórtices originais mais a imagem de mesmo sentido na superfície livre, ou, raciocinando em termos do número de ondas k_0 , teremos ondas de baixa amplitude e comprimento grande, o que aumenta a pressão do lado de sucção com consequente diminuição da sustentação. Para número de Froude zero, o sistema de imagem reduz-se aos vórtices originais, mais a imagem própria na superfície li-

vre, ou em termos do número de ondas k_0 , teremos este muito grande, significando ondas de alta amplitude, e pequeno comprimento, implicando na diminuição da pressão do lado de sucção e conseqüente aumento da sustentação. Para número de Froude intermediário aos casos $F=0$ e $F=\infty$, o aumento ou diminuição da sustentação depende da altura e forma das ondas na superfície, as quais variam com a posição relativa entre o fôlio e a superfície livre. Esta influência ficaria mais clara, se analisássemos, através das equações de elevação de onda da superfície livre para as diferentes condições de operação.

Maiores detalhes da influência do número de Froude sobre a sustentação, pode ser visto pela distribuição da sustentação ao longo da envergadura, valores estes resultantes da influência da superfície livre nas diferentes secções, ao longo da corda. Para o fôlio vertical, o efeito da superfície livre fica mais concentrado na região superior, implicando em maior sustentação para número de Froude pequeno e menor para número de Froude alto, sobre o mesmo fôlio. Já para fôlio próximo da horizontal e horizontal, este efeito é maior e distribuído ao longo da envergadura, como na Figura (4).

Quanto ao arrasto induzido, a influência do número de Froude é tal, que para valores deste, onde a sustentação total apresenta valor máximo ou mínimo, teremos arrasto induzido mínimo ou máximo respectivamente. Estes resultados podem ser justificados, considerando que quando temos sustentação total máxima, esta é devida a alta sucção na borda de ataque, a qual provoca valores maiores do coeficiente de sucção, diminuindo o valor do coeficiente de arrasto induzido. Do mesmo modo, a variação do fator de arrasto induzido K^* em função do número de Froude para fôlio vertical, Figura (5).

5.2. Efeito da profundidade de subemergência

Como notamos através dos resultados obtidos, os valores da sustentação total em função da profundidade para fôlio horizontal, Figura (6), é a variação para fôlio vertical, Figura (7). No entanto, para fôlio horizontal e próximo da horizontal, esta varia

ção com a profundidade, é mais acentuada que para fôlio vertical e próximo, sendo a sustentação, para $F=0$, decrescente com o aumento da profundidade e para $F=\infty$ e $F=0.6$ crescente. Tendo a ressaltar que, para profundidades menores que 0.5, a influência da superfície livre é maior do que para maiores profundidades. Para profundidades maiores que 1.0, o valor da sustentação tende ao valor aerodinâmico, o que era previsto.

As variações da sustentação total com a profundidade acima mencionados, são justificados se considerarmos o sistema físico de imagem representado pela equação (8). Para $F=\infty$ ($k_0=0.0$), a equação (8) fica reduzida aos dois primeiros termos, que podem ser representados pelo sistema de vórtices representativos do fôlio mais a imagem destes de mesmo sentido na superfície livre, implicando na diminuição da sustentação ao diminuirmos a profundidade, pois a distância dos vórtices imagem relativamente aos originais diminuem, provocando aumento das pressões no lado de sucção. Para $F=0.0$ ($k_0=\infty$), a equação (8) reduz-se a equação (8) e esta pode ser representada pelo sistema de vórtices representativos do fôlio mais a imagem destes de sentido oposto na superfície livre, que ao diminuirmos a profundidade haverá maior interação entre os vórtices originais e imagem no sentido de aumentar a sustentação. Para número de Froude intermediário, a equação (8) pode ser representada pelo sistema físico da imagem formado pelo sistema de vórtices representativos do fôlio, a imagem destes de mesmo sentido e distribuição de vórtices sobre a superfície livre. Deste modo, ao diminuirmos a profundidade do fôlio, estaremos aumentando a interação entre vórtices originais, imagem e vórtices na superfície livre, que tem como consequência, o aumento ou diminuição da sustentação dependendo do valor do número de Froude intermediário.

Sendo a sustentação total, resultado da ação da superfície livre nas diferentes secções do fôlio, pela distribuição de carga ao longo da envergadura, podemos notar como se processa esta influência. Considerando $F=\infty$ para fôlio próximo da horizontal, Figura (8), verificamos que, quanto menor for a profundidade, maior é o achatamento da distribuição de carga. Enquanto para inclinações maiores do fôlio, relativamente à superfície livre, a mudança na distribuição de carga ao variarmos a profundidade é menos acentuada, devido a menor parte do fôlio estar exposta à superfície li-

vre. Quando temos $F=0.0$, a diminuição da profundidade provoca distribuição maiores de carga, sendo os picos tanto maiores quanto menor a profundidade.

Na Figura (9) comparamos os valores da sustentação em função da profundidade, com resultados experimentais, verificando-se razoável concordância para profundidades não muito pequenas. As discrepâncias notadas para profundidades pequenas são justificadas pelas equações linearizadas que usamos, as quais não representam suficientemente as condições de operação para tais profundidades.

Se usarmos o método da superfície de sustentação, na qual o fólio é substituído por uma distribuição de vórtices ao longo da envergadura e da corda, esperamos que a concordância melhore.

5.3. Efeito do ângulo diédrico

O efeito do ângulo diédrico sobre a sustentação total é resultado das diferentes elevações da superfície para cada ângulo. Assim, para um determinado valor do número de froude, o comprimento da onda é fixo, mas a elevação da superfície livre é variável com o ângulo diédrico. Como mostra a Figura (10), quanto menor o ângulo diédrico, maior é a influência da superfície livre, pois maior parte do perfil fica sujeito a esta influência. Considerando $F=\infty$, para ângulos variando entre 0 e 50 graus, a variação do coeficiente de sustentação é mais acentuada que para ângulos maiores, sendo a sustentação tanto menor quanto menor o ângulo de inclinação, pois neste caso a elevação da superfície livre é pequena e o comprimento das ondas grande. Para $F=0.0$, temos elevação de superfície livre grande com comprimento de onda pequeno, provocando sustentações totais, tanto maior quanto menor o ângulo diédrico, ocorrendo variações maiores para $\beta < 50^\circ$. Para $F=0.6$, verificamos que a variação da sustentação com o ângulo diédrico é menor que nos casos $F=0.0$ e $F=\infty$.

A influência do ângulo diédrico sobre a sustentação total torna-se mais evidente quando analisamos a distribuição de carga sobre a envergadura, pelo fato da primeira ser consequência da influência da superfície livre sobre a distribuição de carga, como na Figura (11).

Na Figura (12), temos a comparação dos nossos resultados com os resultados obtidos por Ashley, Windall e Landahl. Notando-se que para ângulos pequenos o nosso método subestima os valores da sustentação total, enquanto para ângulos maiores estes são superestimados relativamente ao método usado por Ashley, Windall e Landahl. Estes, estudando aerofólio diédrico próximo a uma superfície sólida, usam o método da superfície de sustentação não plana. Que consiste basicamente em substituir o aerofólio por uma distribuição de vórtices ao longo da envergadura e corda, mais a imagem destes de sentido contrário relativamente a superfície sólida, o que representa melhor as condições de operação. Tal método se aplicado ao nosso problema, traria grandes complicações, devido aos termos adicionais representativos do efeito da superfície livre, daí o motivo de não o adotarmos aliados ao fato de os resultados apresentados pelo nosso método serem satisfatórios.

5.4. Efeito do Aspect Ratio

O efeito do aspect ratio pode ser explicado se considerarmos o sistema físico de imagem representado pela equação (8), onde o primeiro termo pode ser representado pelo sistema de vórtices representativos do fólio original e o segundo sua imagem na superfície livre não perturbada de mesmo sentido. Os demais termos podem ser interpretados como a distribuição de vórtices na superfície livre. Deste modo, a medida que aumentamos o aspect ratio, as perturbações do fluxo devido a superfície livre é maior na parte central, decrescendo na direção das extremidades do fólio. Assim para $F=\infty$, a medida que aumentamos o AR, o efeito da superfície livre diminui, aumentando a sustentação, e para $F=0.0$, este efeito manifesta-se no sentido de diminuir a sustentação com o aumento de AR, o mesmo acontecendo para valores do número de Froude intermediário a zero e infinito. Em particular para fólio vertical, Figura (13), ao aumentarmos AR o valor da sustentação tende ao valor aerodinâmico, devido ao efeito da superfície livre concentrar-se na extremidade superior.

O efeito de AR é comparado com resultados experimentais onde notamos razoável concordância, Figura (14) e (15). A medida que o aspect ratio diminui, a concordância com os resultados expe-

rimentais diminui, devido as simplificações do método não serem válidas quando o aspect ratio torna-se pequeno.

6. CONCLUSÕES

As conclusões mais importantes deste estudo são:

1. A variação da sustentação total com o número de Froude para fôlio vertical e próximo da vertical difere da variação para fôlio horizontal e próximo da horizontal. Sendo que para fôlio horizontal e próximo da horizontal a influência da superfície livre é maior que para fôlio vertical e próximo da vertical, existindo um número de Froude crítico, onde a sustentação é máxima. Abaixo do valor crítico, a diminuição do número de Froude diminui a sustentação, o mesmo ocorrendo quando aumentamos o número de Froude acima do valor crítico.

O fator de arrasto induzido com a variação do número de Froude, apresenta comportamento semelhante ao da sustentação total, exceto que para sustentação máxima ou mínima teremos respectivamente fator de arrasto induzido mínimo ou máximo.

2. O efeito da profundidade de submergência é no sentido de aumentar ou diminuir a sustentação total. Para número de Froude pequeno, a medida que diminuimos a profundidade, a sustentação aumenta, e para número de froude alto, esta diminui. Para profundidades pequenas e número de Froude baixo, nota-se desvios razoáveis dos resultados experimentais, motivados pelas equações linearizadas e o método da linha de sustentação refinada não representarem adequadamente estas condições de operação. No entanto, estes resultados apresentam-se mais precisos que os obtidos por outros autores, usando o método da linha de sustentação de Prandtl.

3. Dependendo do ângulo diédrico teremos maior ou menor sustentação, ou fator de arrasto induzido. Assim, para número de Froude pequeno, o aumento do ângulo diédrico leva a uma diminuição da sustentação total e aumento do fator de arrasto induzido. Para

número de Froude alto, aumentando o ângulo diédrico, tem-se um aumento da sustentação total e diminuição do fator de arrasto induzido.

4. Hidrofólios de pequeno aspect ratio são mais susceptíveis à influência da superfície livre.

7. BIBLIOGRAFIA

- (01) ABRAMOWITZ, M. and STEGUN, A.I., Handbook of Mathematical Functions. New York, Dover Publications, Inc., 1965.
- (02) ASHLEY, H., WINDALL, S. and LANDAHL, M.T., New Direction in Lifting Surface Theory. AIAA Journal, 3, January, 1965.
- (03) BRESLIN, J.P., The Wave and Induced Drag of a Hydrofoil of Finite Span in Water of Limited Depth. J.Ship Res., 5: 15-21, 1961.
- (04) KIM, W.D., On the Hydrofoil of Finite Aspect Ratio Moving at Finite Froude Number. Boring Sc.Res.Lab.Tech.Men. - No.38, 1965.
- (05) LAMB, H., Hydrodynamics. New York, Dover Publications, Inc., Sixth Edition, 1945.
- (06) NISHIYAMA, T., Lifting Line Theory of Submerged Hydrofoil of Finite Span - Part 4. Journal of American Soc. of Naval Eng., 71:353-361, 1960.

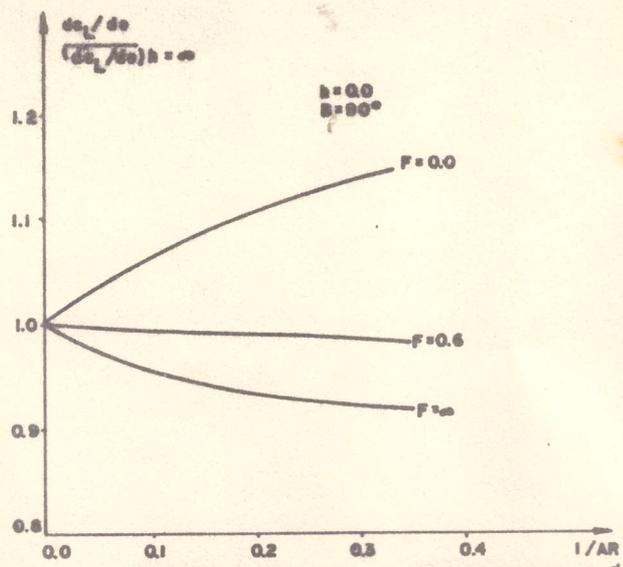


FIG.(13) EFEITO DO ASPECT RATIO SOBRE A SUSTENTAÇÃO TOTAL.

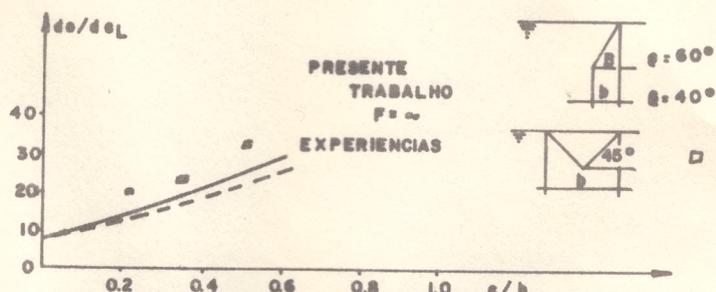


FIG.(14) EFEITO DO ASPECT RATIO SOBRE A SUSTENTACAO TOTAL.

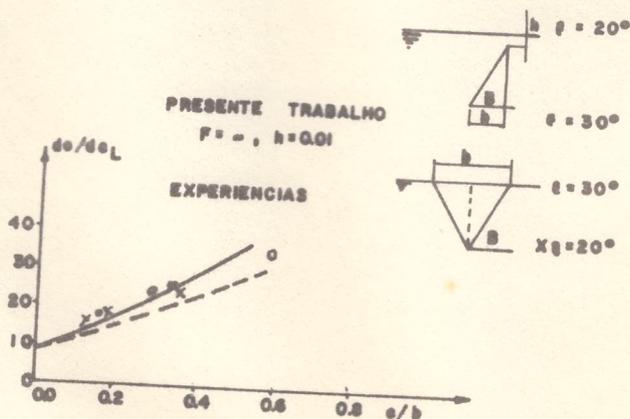
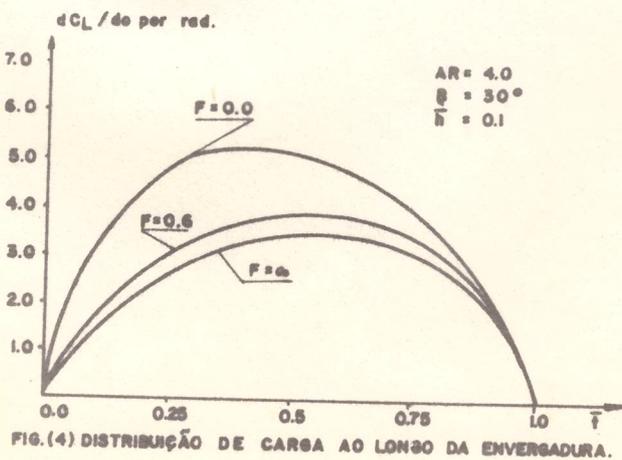
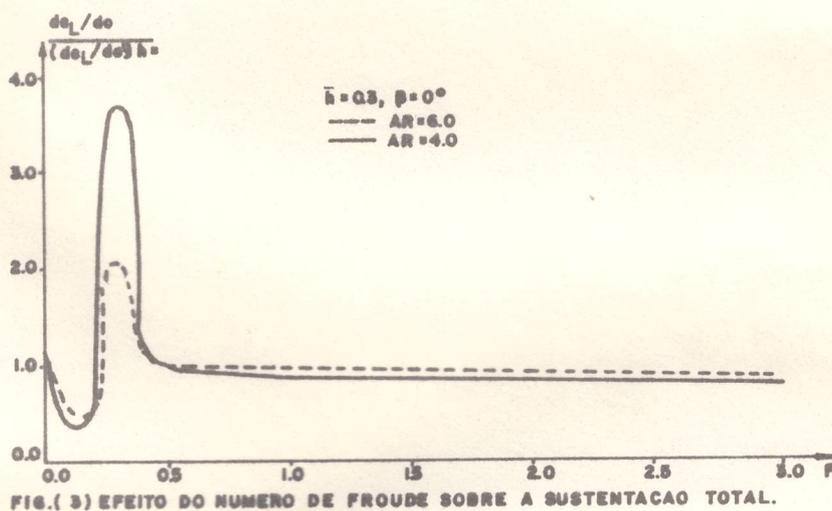
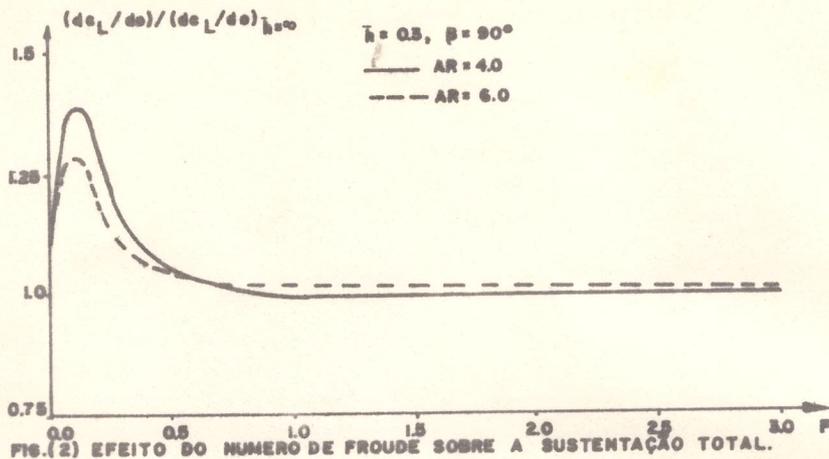
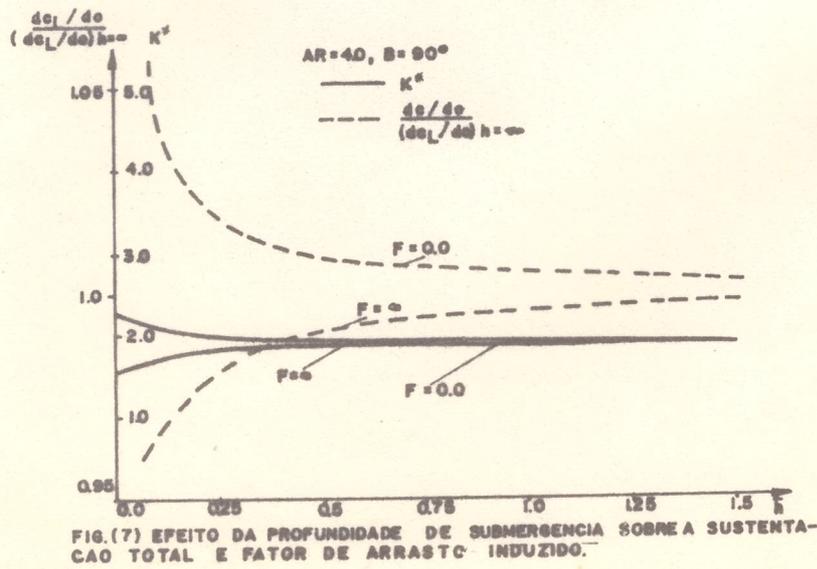
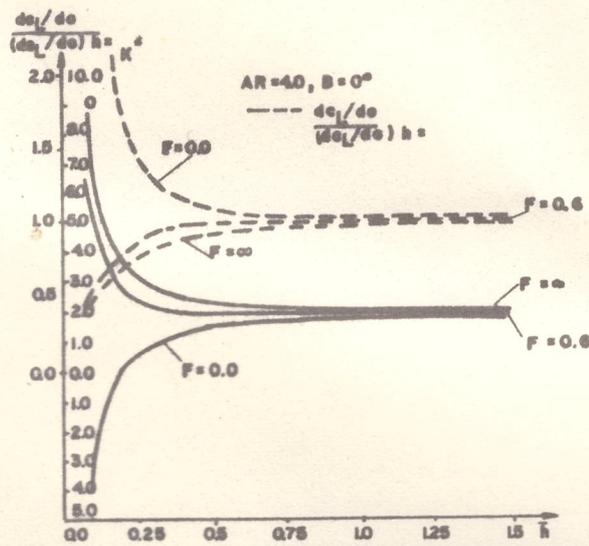
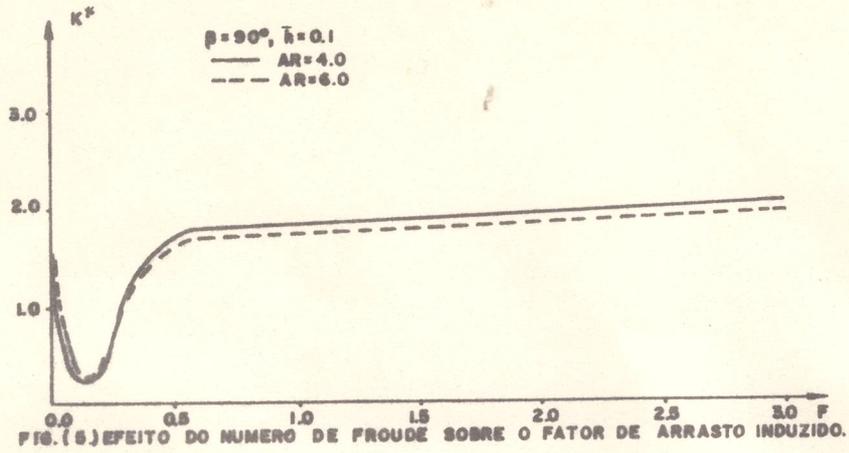
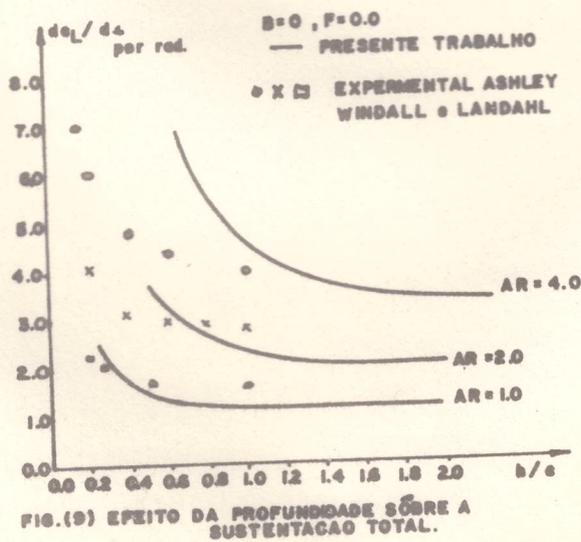
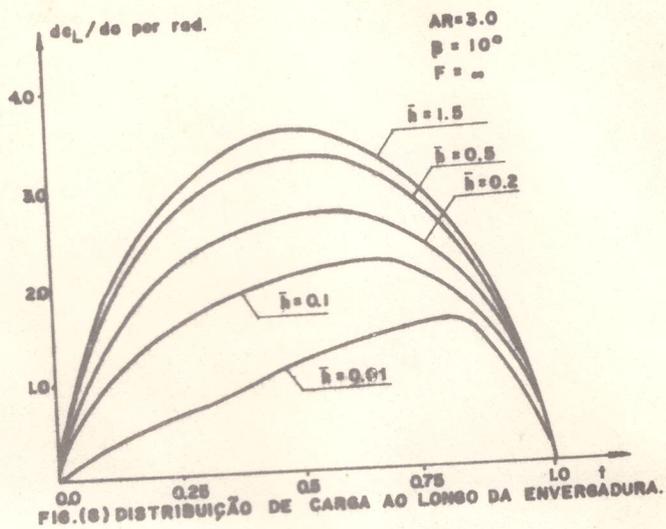


FIG.(15) EFEITO DO ASPECT RATIO SOBRE A SUSTENTAÇÃO TOTAL.







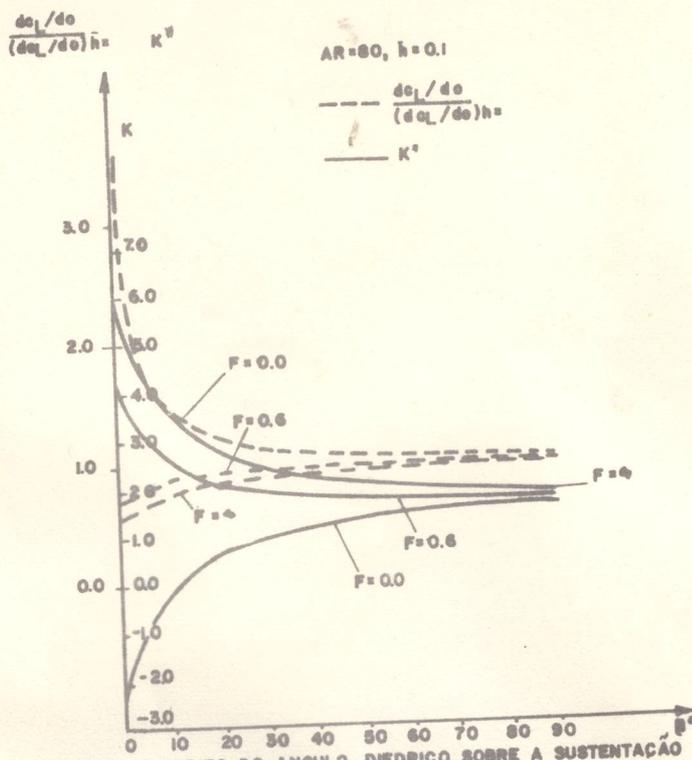


FIG.(10) EFEITO DO ANGULO DIEDRICO SOBRE A SUSTENTACAO TOTAL E FATOR DE ARRASTO INDUZIDO.

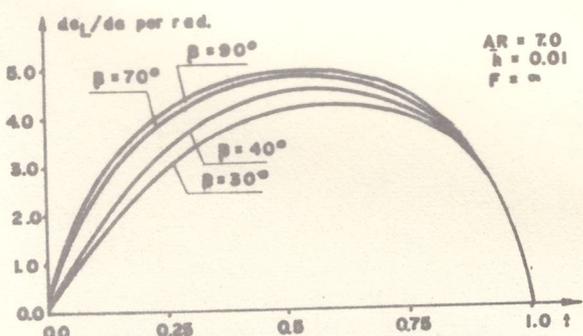


FIG.(11) DISTRIBUICAO DE CARGA AO LONGO DA ENVERGADURA.

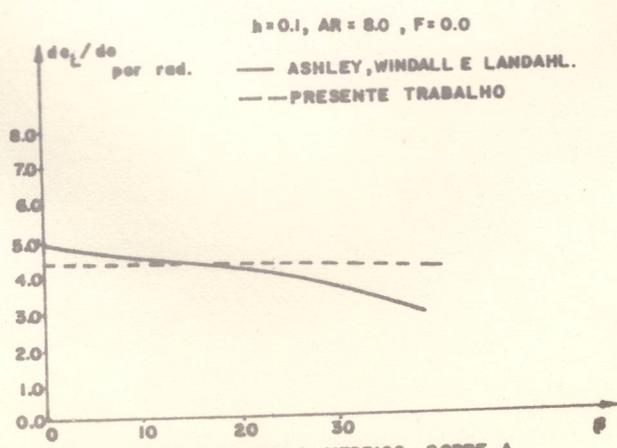


FIG.(12) EFEITO DO ANGULO DIEDRICO SOBRE A SUSTENTACAO TOTAL.